

ΠΟΛ ΠΑΡΣΟΝΣ – ΓΚΕΪΛ ΝΤΙΞΟΝ

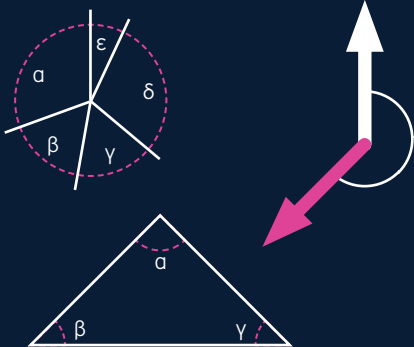
ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΜΕ ΜΙΑ ΜΑΤΙΑ

ΒΑΣΙΚΟΙ ΣΤΟΧΑΣΤΕΣ, ΘΕΩΡΙΕΣ, ΑΝΑΚΑΛΥΨΕΙΣ ΚΑΙ ΕΝΝΟΙΕΣ ΠΟΥ ΕΞΗΓΟΥΝΤΑΙ ΣΕ ΜΙΑ ΣΕΛΙΔΑ

 **ΑΠΕΙΡΟ** | ΑΡΙΘΜΟΙ

ΠΙΕΡ ΝΤΕ
ΦΕΡΜΑ

π Π | $+$ $-$
 \times \div



ΠΥΘΑΓΟΡΑΣ

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13

ΑΚΟΛΟΥΘΙΕΣ

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ



ΠΡΩΤΟΙ
ΑΡΙΘΜΟΙ



ΜΑΓΙΚΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΑ

Αυτή η μορφή ψυχαγωγικών μαθηματικών χρονολογείται από την εποχή της αρχαίας Κίνας και είναι πρόδρομος του σουντόκου και του κύβου του Ρούμπικ. Πιστεύεται ότι είναι μια εξαιρετική μορφή «εκγύμνασης του εγκεφάλου».

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Αυτό είναι ένα παράδειγμα ενός **μαγικού τετραγώνου** – ένα πλέγμα θετικών ακέραιων αριθμών τέτοιο, ώστε το άθροισμα κάθε σειράς, στήλης και διαγωνίου να είναι ίσο με τη «**μαγική σταθερά**», στην περίπτωση αυτή το 15.

ΑΣ ΒΑΛΟΥΜΕ ΤΑΞΗ!



Ένα μαγικό τετράγωνο με μήκος πλευράς n λέγεται ότι είναι «**τάξεως n** ». Το παραπάνω παράδειγμα είναι τάξεως 3. Το 1770, ο Ελβετός μαθηματικός **Λέοναρτ Όιλερ** έγινε ο πρώτος που κατασκεύασε ένα τετράγωνο τάξεως 4.



Το μεγαλύτερο μαγικό τετράγωνο βρέθηκε το 2012 και είναι τάξεως 3.559. Όταν τυπώθηκε, είχε μήκος 20 μέτρα.

ΤΕΤΡΑΓΩΝΑ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΤΑΞΗΣ

Ο Όιλερ βρήκε ένα τετράγωνο τάξεως 4, που κάθε αριθμός του είναι τέλειο τετράγωνο.

68^2	29^2	41^2	37^2
17^2	31^2	79^2	32^2
59^2	28^2	23^2	61^2
11^2	77^2	8^2	49^2

Υπάρχουν επίσης «διμαγικά» τετράγωνα – μαγικά τετράγωνα που παραμένουν μαγικά αφότου οι αριθμοί τους υψωθούν στο τετράγωνο. Και υπάρχουν και «τριμαγικά» τετράγωνα (που παραμένουν μαγικά αφότου οι αριθμοί τους υψωθούν στο τετράγωνο ή στον κύβο), ακόμη και «μαγικοί κύβοι» – τρισδιάστατα σύνολα αριθμών που έχουν άθροισμα την ίδια μαγική σταθερά σε όλες τις σειρές, τις στήλες και στις τέσσερις διαγωνίους.

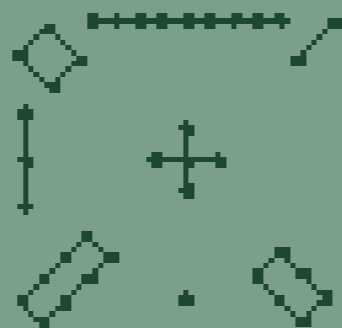


ΩΡΑ ΓΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟ

Δεν ξέρουμε ακόμα αν είναι πιθανοί ή όχι ορισμένοι τύποι εξωτικών μαγικών τετραγώνων και υπάρχουν βραβεία για τις λύσεις (βλ. www.multimagie.com).

ΜΥΣΤΙΚΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Οι λόγιοι άρχισαν να παίζουν με τα μαγικά τετράγωνα πριν από περίπου 4.800 χρόνια στην Κίνα. Αρχικά, πίστευαν ότι έχουν μυστικιστικές ιδιότητες. Τα μαγικά τετράγωνα δείχνουν ότι οι πρώτοι άνθρωποι πειραματίζονταν με την αριθμητική και κατανοούσαν ότι τα μαθηματικά ήταν κάτι πολύ περισσότερο από το άθροισμα των μερών τους! Στο τετράγωνο του Λούι Σου (δεξιά) οι αριθμοί προκύπτουν από το σύνολο των τελειών σε κάθε σχήμα.

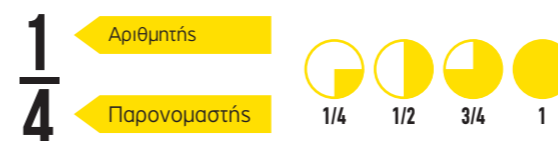


ΚΛΑΣΜΑΤΑ

Προερχόμενα από τη λατινική λέξη «*fractio*», που σημαίνει «σπάω», τα κλάσματα (*fractions*) χρησιμοποιούνται κατά κόρον στην καθημερινή ζωή. Πιστεύεται ότι τα επινόησαν οι αρχαίοι Αιγύπτιοι για να διανέμουν τους φόρους.

Η ΕΞΗΓΗΣΗ ΤΩΝ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

Τα κλάσματα είναι ένας τρόπος **παράστασης τμημάτων ενός ακέραιου αριθμού**. Για παράδειγμα, $z = x/\psi$ σημαίνει x μέρος ενός πιθανού ψ . Αν το ψ είναι ένα ακέραιο πολλαπλάσιο του x , τότε το z είναι ένας ακέραιος αριθμός.



ΠΡΟΣΘΕΤΟΝΤΑΣ ΚΑΙ ΑΦΑΙΡΟΝΤΑΣ

Η **πρόσθεση ή η αφαίρεση κλασμάτων** με τον ίδιο **παρονομαστή** είναι εύκολη. Απλώς προσθέστε ή αφαιρέστε τους αριθμητές στην επάνω σειρά, π.χ.: $3/5 + 1/5 = 4/5$

Αλλά, αν τα κλάσματα δεν έχουν τον ίδιο παρονομαστή, πρέπει να υπολογίσετε το **ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο των παρονομαστών**. Για παράδειγμα, $1/2 + 1/3 =$

Το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο του 2 και του 3 είναι το 6. Το 6 είναι ένα πολλαπλάσιο του 2 και του 3, και είναι το μικρότερο κοινό τους πολλαπλάσιο. Έτσι, η μετατροπή και των δύο κλασμάτων σε ομώνυμα δίνει $1/2 \times 3/3 = 3/6$ $1/3 \times 2/2 = 2/6$

Τώρα μπορείτε να **προσθέσετε τους αριθμητές**: $3/6 + 2/6 = 5/6$

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΖΟΝΤΑΣ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

Απλώς **πολλαπλασιάστε τους αριθμητές και τους παρονομαστές** των κλασμάτων, π.χ.: $1/2 \times 4/5 = 4/10$

Η **απλοποίηση του κλάσματος** –σε αυτή την περίπτωση είναι η διαίρεση του αριθμητή και του παρονομαστή με το 2– δίνει $2/5$.

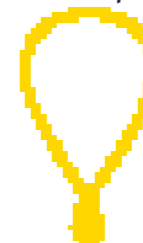
ΔΙΑΙΡΟΝΤΑΣ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

Για να διαιρέσετε κλάσματα, αντιστρέψτε το δεύτερο κλάσμα και πολλαπλασιάστε, π.χ.: $1/2 \div 1/6 = 1/2 \times 6/1$

Η **απλοποίηση** στη συνέχεια δίνει την απάντηση 3.

ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΠΟΣΟΣΤΑ

Τα **κλάσματα**, οι **δεκαδικοί αριθμοί** και τα **ποσοστά** είναι όλα **ισοδύναμα**...



Ο **χρυσός** υπολογίζεται σε **καράτια**: Τα 24 καράτια είναι καθαρός χρυσός, τα 18 καράτια είναι $18/24$ ($3/4$) κατά συνέπεια, είναι 75% χρυσός.

Κλάσμα	Δεκαδικός αριθμός	Ποσοστό
1/2	0,50	50%
1/3	0,333	33,3%
2/3	0,666	66,6%
1/4	0,25	25%
3/4	0,75	75%
1/5	0,20	20%
2/5	0,40	40%
3/5	0,60	60%
4/5	0,80	80%
1/6	0,166	16,6%
1/8	0,125	12,5%
1/10	0,10	10%
1/12	0,0833	8,3%

ΤΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΣΤΗΝ ΚΑΘΗΜΕΡΙΝΗ ΖΩΗ

Κάθε λεπτό είναι ένα κλάσμα της ώρας και χρησιμοποιούμε τους όρους «μισή ώρα» και «παρά τέταρτο».

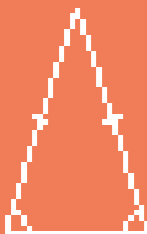
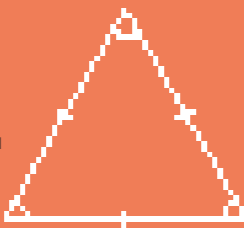
Στη **φωτογραφία** η **ταχύτητα διαφράγματος** μετρείται σε **κλάσματα του δευτερολέπτου**.

ΤΡΙΓΩΝΑ

Οι μαθηματικοί νόμοι που διέπουν τη γεωμετρία των τριγώνων διατυπώθηκαν σε μια στερεή βάση από τους αρχαίους Έλληνες και κυρίως από τον Ευκλείδη.

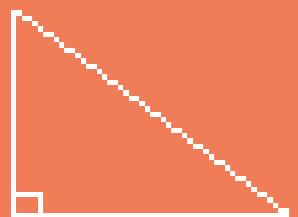
ΤΥΠΟΙ ΤΡΙΓΩΝΩΝ

Ισόπλευρο: Και οι τρεις πλευρές είναι ίσου μήκους και συνεπώς και οι τρεις γωνίες θα πρέπει να είναι επίσης ίσες.



Ισοσκελές: Δύο πλευρές έχουν ίσο μήκος. Αυτό σημαίνει ότι οι δύο γωνίες ανάμεσα σε αυτές και την τρίτη πλευρά είναι επίσης ίσες.

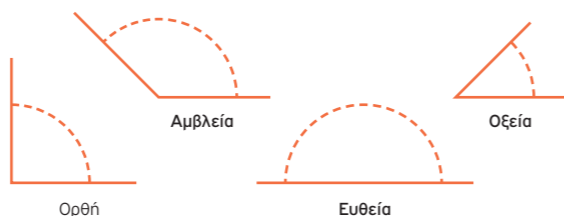
Σκαληνό: Και οι τρεις πλευρές και γωνίες είναι διαφορετικές.



Ορθογώνιο: Μία από τις γωνίες είναι 90 μοίρες.

ΠΕΡΙ ΤΡΙΓΩΝΩΝ

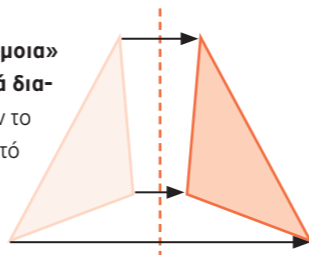
Ο Έλληνας φιλόσοφος Ευκλείδης έδειξε ότι οι εσωτερικές γωνίες ενός τριγώνου έχουν άθροισμα 180 μοίρες.



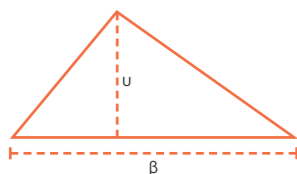
Οι γωνίες που είναι μεγαλύτερες από 90 μοίρες ονομάζονται «αμβλείες», ενώ εκείνες που είναι μικρότερες από 90 μοίρες είναι «οξείες».

Ο Πυθαγόρας έδειξε ότι η μεγαλύτερη πλευρά υψωμένη στο τετράγωνο ισούται με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων – για ένα ορθογώνιο τρίγωνο. Γενικά, η μεγαλύτερη πλευρά είναι μικρότερη από το άθροισμα των άλλων δύο.

Δύο τρίγωνα ονομάζονται «όμοια» αν έχουν το ίδιο σχήμα αλλά διαφορετικό μέγεθος. Αν έχουν το ίδιο μέγεθος και σχήμα – αυτό περιλαμβάνει τα εναντιόμορφα είδωλα – τότε είναι «ίσα».

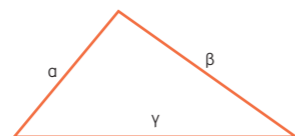


ΕΜΒΑΔΟΝ



Εμβαδόν τριγώνου $1/2 \beta \times u$

u = ύψος
 β = βάση



Ο τύπος του Ήρωνα
Ημιπερίμετρος (t) = $\frac{\alpha + \beta + \gamma}{2}$

Εμβαδόν τριγώνου = $\sqrt{t(t-\alpha)(t-\beta)(t-\gamma)}$

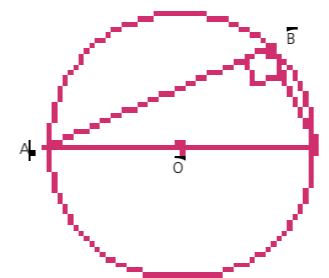
Ο Έλληνας μαθηματικός Ήρων ο Αλεξανδρεύς επινόησε μια πιο γενική μέθοδο, που έγινε γνωστή ως ο τύπος του Ήρωνα. Αν τα μήκη των πλευρών είναι α , β και γ , τότε το εμβαδόν είναι η τετραγωνική ρίζα του $t \times (t - \alpha) \times (t - \beta) \times (t - \gamma)$, όπου $t = 1/2 \times (\alpha + \beta + \gamma)$.

Το εμβαδόν ενός τριγώνου μπορεί να υπολογιστεί ως το μισό του μήκους της βάσης του επί το κάθετο ύψος του.

ΘΑΛΗΣ Ο ΜΙΛΗΣΙΟΣ

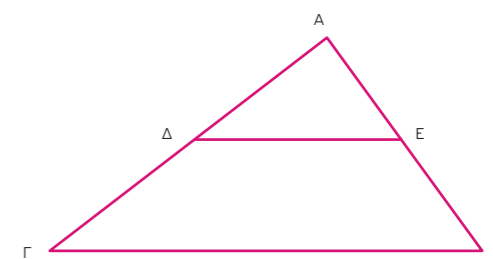
Ο Θαλής ήταν ο πρώτος λόγιος που χρησιμοποίησε τον συμπερασματικό συλλογισμό στα μαθηματικά και ο πρώτος γνωστός επιστήμονας που έκανε μια μαθηματική ανακάλυψη.

Η ΠΡΩΤΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΚΑΛΥΨΗ ΣΤΟΝ ΚΟΣΜΟ



Ο Θαλής είχε γοητευθεί από τη γεωμετρία. Αυτό οδήγησε στα πρώτα καταγεγραμμένα μαθηματικά θεωρήματα στον κόσμο. Το πιο διάσημο – με το όνομα **θεώρημα του Θαλή** – περιγράφει ορθογώνια τρίγωνα μέσα σε ημικύκλια. Ο Θαλής συμπέρανε ότι, αν A, B και Γ είναι ορισμένα σημεία πάνω σε έναν κύκλο και A-Γ είναι η διάμετρος, τότε η γωνία στο B θα είναι πάντοτε ορθή.

ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ ΜΕ ΤΟ ΤΣΟΥΒΑΛΙ



Ο Θαλής απέδειξε επίσης ότι, αν οι ευθείες ΓΒ και ΔΕ είναι παράλληλες, τότε οι λόγοι ΓΔ/ΔΑ και ΒΕ/ΕΑ είναι ίσοι.

Επιπλέον, έδειξε ότι ένας κύκλος χωρίζεται σε δύο ίσα μέρη από τη διάμετρό του, ότι οι δύο παρά τη βάση γωνίες ενός ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσες και ότι οι κατακορυφήν γωνίες που σχηματίζονται από δύο ευθείες που τέμνονται είναι ίσες.

ΖΩΗ ΚΑΙ ΕΠΟΧΗ

Περίπου 624 π.Χ.: Ο Θαλής γεννήθηκε στη Μίλτο της Ιωνίας. Ήταν μέλος αυτής που ο Αριστοτέλης όρισε ως Ιόνιο Σχολή, μιας ομάδας φιλοσόφων και κοσμολόγων που άσκησαν μεγάλη επιρροή.

Η οικογένεια του Θαλή ήταν εύποροι έμποροι, αν και ο ίδιος εγκατέλειψε τη ζωή των εμπορών για να ασχοληθεί με τα μαθηματικά και την αστρονομία.



Ο Θαλής ταξίδεψε στην Αίγυπτο και αρχαίοι λόγιοι ανέφεραν ότι μέτρησε το ύψος των πυραμίδων, συγκρίνοντας τη σκιά του με τη σκιά που έριχνε η πυραμίδα.



Σύμφωνα με τον Ηρόδοτο, ο Θαλής πρόέβλεψε την ηλιακή έκλειψη που έλαβε χώρα στις 28 Μαΐου του 585 π.Χ.



Πιστεύεται ότι ο Θαλής πέθανε από θερμopleξία ενώ παρακολουθούσε τους πεντηκοστούς όγδοους Ολυμπιακούς αγώνες, περίπου το 545 π.Χ. Ήταν γύρω στα εβδομήντα οκτώ.

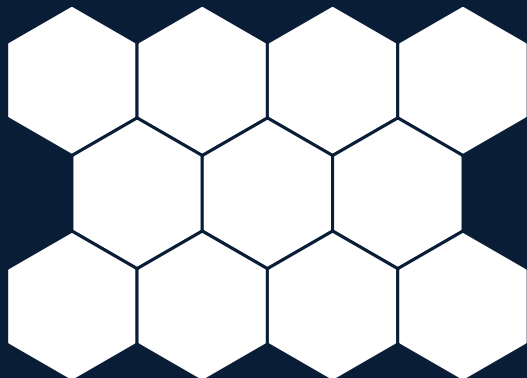


ΟΛΑ ΟΣΑ ΧΡΕΙΑΖΕΤΑΙ ΝΑ ΓΝΩΡΙΖΕΤΕ
ΓΙΑ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ, ΜΕ ΜΙΑ ΜΑΤΙΑ



ΘΕΩΡΙΑ ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

ΨΗΦΙΔΟΘΕΤΗΣΕΙΣ



ΛΟΓΑΡΙΘΜΟΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ
ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ

ΣΠΟΡ



1/4

1/2

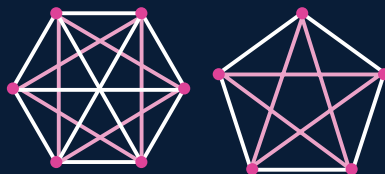
3/4

1

ΚΛΑΣΜΑΤΑ

ΜΑΓΙΚΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ

8	1	6
3	5	7
4	9	2



ΘΕΩΡΙΑ ΤΟΥ ΡΑΜΣΕΪ



ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ



ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΨΥΧΟΓΙΟΣ Α.Ε.
ΤΑΤΟΙΟΥ 121, 144 52 ΜΕΤΑΜΟΡΦΩΣΗ ΑΤΤΙΚΗΣ
ΤΗΛ.: 210 28 04 800 • FAX: 210 28 19 550
www.psichogios.gr ✉ e-mail: info@psychogios.gr



ISBN: 978-618-01-3943-3



9 786180 139433

ΚΩΔ. ΜΗΧ/ΣΗΣ: 25604