

Κωνσταντίνος Ρεκούμης

# ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

345 789

ΝΕΑ  
ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΕΝΗ ΕΚΔΟΣΗ

Σύμφωνα με τις οδηγίες  
για τη διδασκαλία  
και την αξιολόγηση  
του μαθήματος

1 2 6

+

ΜΕΤΑΙΧΜΙΟ



# Περιεχόμενα

Προλογικό σημείωμα .....	11
--------------------------	----

## ΑΛΓΕΒΡΑ

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΟΙ ΦΥΣΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

<b>1.1 Φυσικοί αριθμοί – Διάταξη φυσικών αριθμών – Στρογγυλοποίηση .....</b>	<b>15</b>
Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	23
Κριτήριο αξιολόγησης .....	28
<b>1.2 Πρόσθεση, αφαίρεση και πολλαπλασιασμός φυσικών αριθμών .....</b>	<b>29</b>
Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	37
Κριτήριο αξιολόγησης .....	44
<b>1.3 Δυνάμεις φυσικών αριθμών .....</b>	<b>45</b>
Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	49
Κριτήριο αξιολόγησης .....	53
<b>1.4 Ευκλείδεια διαίρεση – Διαιρετότητα .....</b>	<b>54</b>
Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	60
Κριτήριο αξιολόγησης .....	65
<b>1.5 Χαρακτήρες διαιρετότητας – Μ.Κ.Δ. – Ε.Κ.Π. –     Ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων .....</b>	<b>66</b>
Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	75
Κριτήρια αξιολόγησης .....	79

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΤΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

<b>2.1 Η έννοια του κλάσματος .....</b>	<b>83</b>
Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	90
Κριτήριο αξιολόγησης .....	94
<b>2.2 Ισοδύναμα κλάσματα .....</b>	<b>95</b>
Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	99
Κριτήριο αξιολόγησης .....	102

<b>2.3 Σύγκριση κλασμάτων</b> .....	103
Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	109
Κριτήριο αξιολόγησης .....	112
<b>2.4 Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων</b> .....	113
Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	121
Κριτήριο αξιολόγησης .....	126
<b>2.5 Πολλαπλασιασμός κλασμάτων</b> .....	127
Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	134
Κριτήριο αξιολόγησης .....	143
<b>2.6 Διαίρεση κλασμάτων</b> .....	144
Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	150
Κριτήριο αξιολόγησης .....	158
Κριτήριο αξιολόγησης στο 2ο κεφάλαιο .....	159
Ανακεφαλαίωση .....	160

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

<b>3.1 Δεκαδικά κλάσματα – Δεκαδικοί αριθμοί –</b> <b>Διάταξη δεκαδικών αριθμών – Στρογγυλοποίηση</b> .....	163
Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	171
Κριτήριο αξιολόγησης .....	175
<b>3.2 Πράξεις με δεκαδικούς αριθμούς – Δυνάμεις με βάση δεκαδικό αριθμό</b> ...	176
Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	184
Κριτήριο αξιολόγησης .....	187
<b>3.3 Υπολογισμοί με τη βοήθεια υπολογιστή τσέπης</b> .....	188
<b>3.4 Τυποποιημένη μορφή μεγάλων αριθμών</b> .....	191
Ασκήσεις για λύση .....	194
<b>3.5 Μονάδες μέτρησης</b> .....	196
Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	206
Κριτήριο αξιολόγησης .....	212

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

<b>4.1 Η έννοια της εξίσωσης – Οι εξισώσεις: <math>a + x = \beta</math>, <math>x - \alpha = \beta</math>, <math>\alpha - x = \beta</math>, <math>\alpha \cdot x = \beta</math>, <math>\alpha : x = \beta</math> και <math>x : \alpha = \beta</math></b> .....	215
Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	224
Κριτήριο αξιολόγησης .....	230

<b>4.2 Επίλυση προβλημάτων</b> .....	231
Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	234
Κριτήριο αξιολόγησης .....	236

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΠΟΣΟΣΤΑ

<b>5.1 Ποσοστά</b> .....	239
Ασκήσεις και προβλήματα για λύση .....	248
<b>5.2 Προβλήματα με ποσοστά</b> .....	252
Ασκήσεις και προβλήματα για λύση .....	255
Κριτήριο αξιολόγησης .....	257

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΑΝΑΛΟΓΑ ΠΟΣΑ – ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΩΣ ΑΝΑΛΟΓΑ ΠΟΣΑ

<b>6.1 Παράσταση σημείων στο επίπεδο</b> .....	261
Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	266
Κριτήριο αξιολόγησης .....	270
<b>6.2 Λόγος δύο αριθμών – Αναλογία</b> .....	271
Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	278
Κριτήριο αξιολόγησης .....	281
<b>6.3 Ανάλογα ποσά – Ιδιότητες ανάλογων ποσών</b> .....	282
Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	289
Κριτήριο αξιολόγησης .....	295
<b>6.4 Γραφική παράσταση σχέσης αναλογίας</b> .....	296
Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	301
Κριτήριο αξιολόγησης .....	305
<b>6.5 Προβλήματα αναλογιών</b> .....	306
Ασκήσεις και προβλήματα για λύση .....	313
Κριτήριο αξιολόγησης .....	317
<b>6.6 Αντιστρόφως ανάλογα ποσά</b> .....	318
Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	323
Κριτήριο αξιολόγησης .....	326

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΘΕΤΙΚΟΙ ΚΑΙ ΑΡΝΗΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

<b>7.1 Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί (Ρητοί αριθμοί) –     Η ευθεία των ρητών – Τετμημένη σημείου</b> .....	329
Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	335

<b>7.2</b>	<b>Απόλυτη τιμή ρητού αριθμού – Αντίθετοι ρητοί – Σύγκριση ρητών αριθμών</b> .....	339
	Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	345
	Κριτήριο αξιολόγησης .....	350
<b>7.3</b>	<b>Πρόσθεση ρητών αριθμών</b> .....	351
	Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	355
<b>7.4</b>	<b>Αφαίρεση ρητών αριθμών</b> .....	359
	Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	364
	Κριτήριο αξιολόγησης .....	368
<b>7.5</b>	<b>Πολλαπλασιασμός ρητών αριθμών</b> .....	369
	Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	377
	Κριτήριο αξιολόγησης .....	382
<b>7.6</b>	<b>Διαίρεση ρητών αριθμών</b> .....	383
	Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	388
	Κριτήριο αξιολόγησης .....	392
<b>7.7</b>	<b>Δεκαδική μορφή ρητών αριθμών</b> .....	393
	Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	397
<b>7.8</b>	<b>Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη φυσικό</b> .....	398
	Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	406
<b>7.9</b>	<b>Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη ακέραιο</b> .....	410
	Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	413
	Κριτήριο αξιολόγησης .....	418
<b>7.10</b>	<b>Τυποποιημένη μορφή μεγάλων και μικρών αριθμών</b> .....	419
	Ασκήσεις για λύση .....	420
	Ανακεφαλαίωση .....	421

## ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΒΑΣΙΚΕΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

<b>1.1</b>	<b>Σημείο – Ευθύγραμμο τμήμα – Ευθεία – Ημιευθεία – Επίπεδο – Ημιεπίπεδο</b> ..	425
	Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	430
<b>1.2</b>	<b>Γωνία – Γραμμή – Επίπεδα σχήματα – Ευθύγραμμα σχήματα – Ίσα σχήματα</b> .....	433
	Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	437

<b>1.3</b>	<b>Μέτρηση, σύγκριση και ισότητα ευθύγραμμων τμημάτων – Απόσταση σημείων – Μέσο ευθύγραμμου τμήματος</b> .....	440
	Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	443
<b>1.4</b>	<b>Πρόσθεση και αφαίρεση ευθύγραμμων τμημάτων</b> .....	446
	Ασκήσεις για λύση .....	449
	Κριτήριο αξιολόγησης .....	451
<b>1.5</b>	<b>Μέτρηση, σύγκριση και ισότητα γωνιών – Διχοτόμος γωνίας</b> .....	452
	Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	456
<b>1.6</b>	<b>Είδη γωνιών – Κάθετες ευθείες</b> .....	459
	Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	463
<b>1.7</b>	<b>Εφεξής και διαδοχικές γωνίες – Άθροισμα γωνιών</b> .....	466
	Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	468
<b>1.8</b>	<b>Παραπληρωματικές και συμπληρωματικές γωνίες – Κατακορυφήν γωνίες</b> .....	470
	Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	472
	Κριτήριο αξιολόγησης .....	475
<b>1.9</b>	<b>Θέσεις ευθειών στο επίπεδο</b> .....	476
	Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	479
<b>1.10</b>	<b>Απόσταση σημείου από ευθεία – Απόσταση παραλλήλων</b> .....	481
	Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	483
	Κριτήριο αξιολόγησης .....	487
<b>1.11</b>	<b>Κύκλος και στοιχεία του κύκλου</b> .....	488
	Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	492
<b>1.12</b>	<b>Επίκεντρο γωνία – Σχέση επίκεντρος γωνίας και του αντίστοιχου τόξου – Μέτρηση τόξου</b> .....	495
	Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	499
<b>1.13</b>	<b>Θέσεις ευθείας και κύκλου</b> .....	502
	Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	505
	Κριτήριο αξιολόγησης (1.11, 1.12, 1.13) .....	508

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ

<b>2.1</b>	<b>Συμμετρία ως προς άξονα</b> .....	511
	Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	514

<b>2.2</b>	<b>Άξονας συμμετρίας</b> .....	516
	Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	518
<b>2.3</b>	<b>Μεσοκάθετος ευθύγραμμου τμήματος</b> .....	520
	Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	522
	Κριτήριο αξιολόγησης .....	525
<b>2.4</b>	<b>Συμμετρία ως προς σημείο</b> .....	526
	Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	529
<b>2.5</b>	<b>Κέντρο συμμετρίας</b> .....	531
	Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	532
<b>2.6</b>	<b>Παράλληλες ευθείες που τέμνονται από μία άλλη ευθεία</b> .....	534
	Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	538
	Κριτήριο αξιολόγησης .....	543

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΤΡΙΓΩΝΑ – ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΑ – ΤΡΑΠΕΖΙΑ

<b>3.1</b>	<b>Στοιχεία τριγώνου – Είδη τριγώνων</b> .....	547
	Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	550
<b>3.2</b>	<b>Άθροισμα γωνιών τριγώνου – Ιδιότητες ισοσκελούς τριγώνου</b> .....	554
	Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	557
<b>3.3</b>	<b>Παραλληλόγραμμο – Ορθογώνιο – Ρόμβος – Τετράγωνο – Τραπεζίο – Ισοσκελές τραπέζιο</b> .....	562
	Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	564
	Κριτήριο αξιολόγησης .....	567
<b>3.4</b>	<b>Ιδιότητες παραλληλογράμμου – Ορθογωνίου – Ρόμβου – Τετραγώνου – Τραπεζίου – Ισοσκελούς τραπέζιου</b> .....	568
	Ερωτήσεις και ασκήσεις για λύση .....	572
	Κριτήριο αξιολόγησης .....	576
	<b>Απαντήσεις στις ασκήσεις και στα κριτήρια αξιολόγησης</b> .....	577
	<b>Απαντήσεις στις ασκήσεις του σχολικού βιβλίου</b> .....	699

# Άλγεβρα

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

### Οι φυσικοί αριθμοί

- 1.1** Φυσικοί αριθμοί – Διάταξη φυσικών αριθμών – Στρογγυλοποίηση
- 1.2** Πρόσθεση, αφαίρεση και πολλαπλασιασμός φυσικών αριθμών
- 1.3** Δυνάμεις φυσικών αριθμών
- 1.4** Ευκλείδεια διαίρεση – Διαιρετότητα
- 1.5** Χαρακτήρες διαιρετότητας – Μ.Κ.Δ. – Ε.Κ.Π. – Ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων



## 1.1 Φυσικοί αριθμοί – Διάταξη φυσικών αριθμών – Στρογγυλοποίηση

### A | Φυσικοί αριθμοί

*Φυσικοί αριθμοί ονομάζονται οι αριθμοί:*

*0, 1, 2, 3, ..., 1.000, ...*

Είναι γνωστό ότι:

- Κάθε φυσικός αριθμός έχει έναν **προηγούμενο** φυσικό αριθμό και έναν **επόμενο**, εκτός από το μηδέν (0), που δεν έχει προηγούμενο, αλλά μόνο επόμενο.

#### *Παράδειγμα*

*Ο 121 έχει προηγούμενο το 120 και επόμενο το 122.*

- Όταν θέλουμε να αναφερθούμε σε έναν τυχαίο φυσικό αριθμό, τον συμβολίζουμε με ένα γράμμα, **π.χ. α, ν κ.λπ.** Το γράμμα αυτό συνήθως λέγεται **μεταβλητή**.

### Άρτιοι και περιττοί φυσικοί αριθμοί

- Οι φυσικοί αριθμοί διακρίνονται σε δύο είδη: τους άρτιους (ζυγούς) και τους περιττούς (μονούς).

*Άρτιος ή ζυγός λέγεται κάθε φυσικός αριθμός που διαιρείται με το 2. Οι άρτιοι αριθμοί έχουν τελευταίο ψηφίο ένα από τα: 0, 2, 4, 6, 8.*

*Περιττός ή μονός λέγεται κάθε φυσικός αριθμός που δε διαιρείται με το 2. Οι περιττοί αριθμοί έχουν τελευταίο ψηφίο ένα από τα: 1, 3, 5, 7, 9.*

#### *Παράδειγμα*

*Ο αριθμός 7.628 λήγει σε 8, οπότε είναι άρτιος. Ο αριθμός 17.935 λήγει σε 5, οπότε είναι περιττός. Είναι φανερό ότι οι αριθμοί 0, 2, 4, 6, 8 είναι άρτιοι και οι 1, 3, 5, 7, 9 είναι περιττοί.*

- Με τη βοήθεια ενός γράμματος α, που παριστάνει έναν οποιονδήποτε φυσικό αριθμό (μεταβλητή), οι άρτιοι αριθμοί είναι της μορφής  $2 \cdot \alpha$  και οι περιττοί της μορφής  $2 \cdot \alpha + 1$ .

## Δεκαδικό σύστημα αρίθμησης

- Μπορούμε να γράψουμε οποιονδήποτε φυσικό αριθμό χρησιμοποιώντας τα δέκα ψηφία: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
- Σε κάθε φυσικό αριθμό η αξία κάθε ψηφίου καθορίζεται από τη θέση που είναι γραμμένο, δηλαδή από τη δεκαδική του τάξη. Η τάξη αυτή μπορεί να είναι μονάδες, δεκάδες, εκατοντάδες, χιλιάδες, δεκάδες χιλιάδες, εκατοντάδες χιλιάδες, εκατομμύρια κ.λπ., όπως τις έχουμε μάθει μέχρι τώρα.

### Παράδειγμα

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η τάξη κάθε ψηφίου του αριθμού 7.427.162.

Στη δεκαδική του μορφή ο αριθμός αυτός γράφεται:

$$7.427.162 = 7 \cdot 1.000.000 + 4 \cdot 100.000 + 2 \cdot 10.000 + 7 \cdot 1.000 + 1 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 2 \cdot 1$$

Εκατομμύρια	Εκατοντάδες χιλιάδες	Δεκάδες χιλιάδες	Χιλιάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες
7	4	2	7	1	6	2

## Άσκηση 1

Δίνεται ο αριθμός 3.850.946.

- Να γράψετε την αξία κάθε ψηφίου του.
- Να διαβάσετε τον αριθμό.
- Να γράψετε το δεκαδικό του ανάπτυγμα.

### Λύση

α. Η αξία κάθε ψηφίου φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

β. Ο αριθμός 3.850.946 διαβάζεται ως εξής:

Τρία εκατομμύρια οχτακόσιες πενήντα χιλιάδες εννιακόσια σαράντα έξι.

γ. Το δεκαδικό ανάπτυγμα του αριθμού 3.850.946 είναι:

$$3.850.946 = 3 \cdot 1.000.000 + 8 \cdot 100.000 + 5 \cdot 10.000 + 0 \cdot 1.000 + 9 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 6 \cdot 1$$

Εκατομμύρια	Εκατοντάδες χιλιάδες	Δεκάδες χιλιάδες	Χιλιάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες
3	8	5	0	9	4	6

## Άσκηση 2

Να γράψετε τους αριθμούς που έχουν δεκαδικό ανάπτυγμα:

- $4 \cdot 100.000 + 5 \cdot 10.000 + 0 \cdot 1.000 + 2 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 9$
- $5 \cdot 100.000 + 4 \cdot 1.000 + 7$
- $1 \cdot 1.000 + 1 \cdot 10$

### Λύση

Πρόκειται για τους αριθμούς:     α. 450.249     β. 504.007     γ. 1.010

## B | Διάταξη φυσικών αριθμών

Σύγκριση δύο φυσικών αριθμών ήμε τη διαδικασία κατά την οποία εξετάζουμε αν αυτοί είναι ίσοι ή, αν δεν είναι ίσοι, βρίσκουμε ποιος είναι ο μεγαλύτερος και ποιος ο μικρότερος.

Για να συγκρίνουμε δύο φυσικούς αριθμούς, χρησιμοποιούμε τα σύμβολα:

- Το  $=$ , που σημαίνει «ίσος με»
- Το  $<$ , που σημαίνει «μικρότερος από»
- Το  $>$ , που σημαίνει «μεγαλύτερος από»

### Παράδειγμα

$5 = 5$  ο αριθμός 5 είναι ίσος με τον αριθμό 5

$4 < 8$  ο αριθμός 4 είναι μικρότερος από τον αριθμό 8

$12 > 7$  ο αριθμός 12 είναι μεγαλύτερος από τον αριθμό 7

**Θυμάμαι** Η κορυφή της γωνίας  $<$ ,  $>$  δείχνει τον μικρότερο αριθμό.

- Μπορούμε πάντα να συγκρίνουμε δύο φυσικούς αριθμούς και το αποτέλεσμα να το γράψουμε με τη βοήθεια των συμβόλων  $=$ ,  $<$ ,  $>$ . Επομένως μπορούμε να **διατάξουμε τους φυσικούς αριθμούς** από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο, όπως ήμε να τους διατάξουμε σε **αύξουσα σειρά μεγέθους**:

$$0 < 1 < 2 < 3 < \dots < 1.000 < \dots$$

### Άσκηση 3

Να συγκρίνετε τους αριθμούς: **α.** 15.721 και 14.827 **β.** 12.621 και 103.726

#### Λύση

- α.** Οι δύο αριθμοί έχουν **ίδιο αριθμό ψηφίων** και ίδιο ψηφίο δεκάδων χιλιάδων (το 1). Συγκρίνουμε τα ψηφία των χιλιάδων: Ο πρώτος έχει το 5 και ο δεύτερος το 4. Επειδή  $5 > 4$ , είναι:

$$15.721 > 14.827$$

- β.** Από τους δύο αριθμούς μεγαλύτερος είναι **αυτός που έχει περισσότερα ψηφία**, οπότε:

$$103.726 > 12.621$$

Για να συγκρίνουμε δύο αριθμούς που έχουν τον ίδιο αριθμό ψηφίων, συγκρίνουμε τα ψηφία τους από αριστερά προς τα δεξιά. Μεγαλύτερος είναι εκείνος που έχει μεγαλύτερο ψηφίο σε μεγαλύτερη τάξη.

Από δύο φυσικούς αριθμούς με διαφορετικό αριθμό ψηφίων, μεγαλύτερος είναι εκείνος που έχει μεγαλύτερο αριθμό ψηφίων.

## Ισότητα – Ανισότητα

- Η σχέση  $a = \beta$  λέγεται **ισότητα**. Καθεμία από τις σχέσεις:  $a < \beta$  ή  $a > \beta$  λέγεται **ανισότητα**.

Ακόμα έχουμε τις σχέσεις:

- $a \leq \beta$ , ο  $a$  είναι **μικρότερος ή ίσος** με τον  $\beta$ . Η σχέση αυτή είναι αληθής, όταν ισχύει  $a < \beta$  ή  $a = \beta$ .
- $a \geq \beta$ , ο  $a$  είναι **μεγαλύτερος ή ίσος** με τον  $\beta$ . Η σχέση αυτή είναι αληθής, όταν ισχύει  $a > \beta$  ή  $a = \beta$ .

**Παρατήρηση** Οι σχέσεις  $a \leq a$  και  $a \geq a$  είναι και οι δύο σωστές, γιατί ισχύει η ισότητα  $a = a$ .

### Άσκηση 4

Να γράψετε ποιες τιμές μπορεί να πάρει ο φυσικός αριθμός  $a$  για τον οποίο ισχύει: **α.**  $a < 4$     **β.**  $a \geq 7$     **γ.**  $5 < a < 10$     **δ.**  $2 \leq a \leq 2$

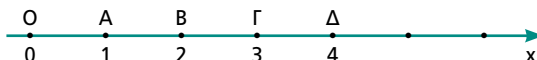
#### Λύση

- α.** Οι φυσικοί αριθμοί που είναι μικρότεροι από το 4 είναι οι: 0, 1, 2, 3.
- β.** Οι αριθμοί που είναι μεγαλύτεροι ή ίσοι με το 7 είναι οι: 7, 8, 9, 10, ...
- γ.** Είναι οι αριθμοί που βρίσκονται ανάμεσα στο 5 και το 10: 6, 7, 8, 9.
- δ.** Ο μόνος φυσικός αριθμός που μπορεί να πάρει ως τιμή ο  $a$  είναι το 2.

## Αντιστοίχιση φυσικών αριθμών με σημεία μιας ευθείας

Τους φυσικούς αριθμούς μπορούμε να τους αντιστοιχίσουμε με σημεία μιας ευθείας ως εξής:

- Σε μια ευθεία παίρνουμε ένα σημείο **Ο**, που το λέμε **αρχή**. Το **Ο** **παριστάνει τον αριθμό 0**. Δηλαδή έχουμε αντιστοιχίσει τον αριθμό 0 με το σημείο **Ο**.
- Δεξιά από το **Ο** παίρνουμε ένα άλλο σημείο **Α** και σε αυτό αντιστοιχίζουμε τον αριθμό 1. Το **ΟΑ** λέγεται **μονάδα μέτρησης**.
- Στη συνέχεια σε ίσες αποστάσεις με το **ΟΑ** παίρνουμε τα σημεία **Β**, **Γ**, **Δ**, ... στα οποία αντιστοιχίζουμε τους αριθμούς 2, 3, 4, ...



Ο αριθμός που παριστάνει ένα σημείο λέγεται **τετμημένη** του σημείου αυτού.

### Παράδειγμα

Το **Ο** έχει τετμημένη 0, το **Γ** έχει τετμημένη 3 κ.λπ.

## Γ | Στρογγυλοποίηση

Για να στρογγυλοποιήσουμε έναν φυσικό αριθμό, εργαζόμαστε ως εξής:

- Προσδιορίζουμε την τάξη στην οποία θέλουμε να γίνει η στρογγυλοποίηση (για παράδειγμα δεκάδα, εκατοντάδα κ.λπ.).
- Εξετάζουμε το ψηφίο της αμέσως μικρότερης τάξης, δηλαδή αυτό που βρίσκεται αμέσως δεξιά.
  - Αν είναι **μικρότερο** του 5, δηλαδή 0, 1, 2, 3 ή 4, τότε το ψηφίο αυτό και όλα τα ψηφία των μικρότερων τάξεων (αυτά δηλαδή που βρίσκονται προς τα δεξιά του) γίνονται μηδέν.
  - Αν είναι **μεγαλύτερο** ή **ίσο** του 5 (δηλαδή 5, 6, 7, 8 ή 9), τότε το ψηφίο αυτό και όλα τα ψηφία των μικρότερων τάξεων (αυτά που βρίσκονται δεξιά του) γίνονται μηδέν, και το ψηφίο της τάξης στην οποία θα γίνει η στρογγυλοποίηση αυξάνεται κατά 1.
- Αν το ψηφίο της τάξης ως προς την οποία θέλουμε να στρογγυλοποιήσουμε είναι 9 και δεξιά του έχουμε ψηφίο μεγαλύτερο ή ίσο του 5 (δηλαδή 5, 6, 7, 8 ή 9), τότε:
  - μηδενίζουμε το 9 και όλα τα ψηφία που βρίσκονται προς τα δεξιά του, και
  - αυξάνουμε κατά 1 το ψηφίο που βρίσκεται αριστερά του 9.

### Άσκηση 5

Να στρογγυλοποιήσετε τον αριθμό 537.824:

- α.** στις εκατοντάδες    **β.** στις χιλιάδες

#### Λύση

- α.** Το ψηφίο στο οποίο στρογγυλοποιούμε είναι το 8. Το ψηφίο της αμέσως προηγούμενης τάξης (δεξιά από το 8) είναι το 2. Αυτό είναι μικρότερο του 5:  $2 < 5$ , επομένως όλα τα ψηφία δεξιά από το 8 γίνονται 0:

$$537.\underline{8}24 \rightarrow 537.800$$

- β.** Το ψηφίο στο οποίο στρογγυλοποιούμε είναι το 7. Το ψηφίο της αμέσως προηγούμενης τάξης (δεξιά από το 7) είναι το 8. Αυτό είναι μεγαλύτερο του 5:  $8 \geq 5$ , επομένως αυξάνουμε κατά 1 το 7 και γίνεται 8 και όλα τα ψηφία δεξιά από αυτό γίνονται 0:

$$53\underline{7}.824 \rightarrow 538.000$$

### Άσκηση 6

- α.** Να στρογγυλοποιήσετε τον αριθμό 657 στις εκατοντάδες.  
**β.** Να στρογγυλοποιήσετε τον αριθμό 749.653 στις χιλιάδες.

**Λύση**

- α. Το ψηφίο στο οποίο στρογγυλοποιούμε είναι το 6. Το ψηφίο της αμέσως προηγούμενης τάξης είναι το 5. Επομένως το 6 αυξάνεται κατά 1 και γίνεται 7 και όλα τα επόμενα ψηφία γίνονται 0:

$$\underline{6}57 \rightarrow 700$$

- β. Το ψηφίο στο οποίο στρογγυλοποιούμε είναι το 9. Το ψηφίο της αμέσως προηγούμενης τάξης (δεξιά του 9) είναι το 6, που είναι μεγαλύτερο του 5. Επομένως το 9 θα έπρεπε να αυξηθεί κατά 1, το οποίο δε γίνεται. Αντί του 9 αυξάνουμε κατά 1 το ψηφίο 4 της αμέσως μεγαλύτερης τάξης. Επομένως το 4 γίνεται 5 και όλα τα επόμενα ψηφία γίνονται μηδέν:

$$\underline{749}.653 \rightarrow 750.000$$

**Άσκηση 7**

- α. Να γράψετε τον αριθμό 47.123 στην ανεπτυγμένη του μορφή.  
β. Να γράψετε τον αριθμό:

$$4 \cdot 10.000 + 3 \cdot 1.000 + 0 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 4 \cdot 1$$

στην κανονική του μορφή.

**Λύση**

- α. Ο αριθμός 47.123 στην ανεπτυγμένη του μορφή είναι:

$$47.123 = 4 \cdot 10.000 + 7 \cdot 1.000 + 1 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 1$$

- β. Είναι:

$$4 \cdot 10.000 + 3 \cdot 1.000 + 0 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 4 \cdot 1 = 43.084$$

**Άσκηση 8**

Να διατάξετε τους αριθμούς:

$$4, 11, 15, 8, 9$$

- α. κατά αύξουσα σειρά    β. κατά φθίνουσα σειρά

**Λύση**

- α. Για να διατάξουμε τους αριθμούς κατά αύξουσα σειρά, τους τοποθετούμε από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο:

$$4 < 8 < 9 < 11 < 15$$

- β. Για να διατάξουμε τους αριθμούς κατά φθίνουσα σειρά, τους τοποθετούμε από τον μεγαλύτερο προς τον μικρότερο:

$$15 > 11 > 9 > 8 > 4$$

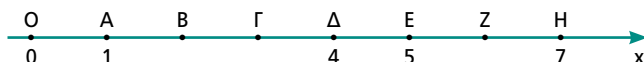
**Άσκηση 9**

Να κατασκευάσετε μια ευθεία. Να πάρετε ως αρχή ένα σημείο  $O$  και ως μονάδα μέτρησης  $OA = 1$  cm. Στη συνέχεια:

- Να αντιστοιχίσετε τους αριθμούς 4 και 5 με σημεία της ευθείας.
- Ποιος αριθμός αντιστοιχεί στο σημείο που απέχει 7 cm από το  $O$ ;

**Λύση**

Η ζητούμενη ευθεία φαίνεται στο σχήμα:



- Ο αριθμός 4 αντιστοιχεί στο σημείο  $\Delta$ , για το οποίο είναι  $O\Delta = 4$  cm. Ο αριθμός 5 αντιστοιχεί στο σημείο  $E$ , για το οποίο είναι  $OE = 5$  cm.
- Επειδή το σημείο απέχει από το  $O$  απόσταση 7 cm, σε αυτό αντιστοιχεί ο αριθμός 7 (πρόκειται, έτσι, για το σημείο  $H$ ).

**Άσκηση 10**

Να στρογγυλοποιήσετε τον αριθμό:

- 5.743 στις δεκάδες
- 2.457 στις εκατοντάδες
- 29.857 στις χιλιάδες
- 9.976 στις εκατοντάδες

**Λύση**

- Το ψηφίο που στρογγυλοποιούμε είναι το 4 και το επόμενο ψηφίο, δεξιά του, είναι το 3, μικρότερο του 5. Επομένως το 4 παραμένει 4 και το επόμενο ψηφίο γίνεται 0:

$$5.743 \rightarrow 5.740$$

- Το ψηφίο που στρογγυλοποιούμε είναι το 4 και το επόμενο ψηφίο, δεξιά του, είναι το 5. Επομένως αυξάνουμε το 4 κατά 1 και γίνεται 5 και όλα τα επόμενα ψηφία γίνονται 0:

$$2.457 \rightarrow 2.500$$

- Στρογγυλοποιούμε στο ψηφίο 9. Το επόμενο ψηφίο είναι το 8, μεγαλύτερο του 5. Επομένως αντί για το 9 αυξάνουμε κατά 1 το προηγούμενο ψηφίο, το 2, το οποίο γίνεται 3 και όλα τα επόμενα ψηφία γίνονται 0:

$$29.857 \rightarrow 30.000$$

Όταν στρογγυλοποιούμε στο 9 και πρέπει να το αυξήσουμε κατά 1, τότε αυξάνουμε κατά 1 το αμέσως προηγούμενό του ψηφίο.

- δ. Στρογγυλοποιούμε στο δεύτερο 9. Το επόμενο ψηφίο είναι το 7, μεγαλύτερο του 5. Επομένως πρέπει να αυξήσουμε το 9 κατά 1, που δε γίνεται. Αντί γι' αυτό το 9 θα αυξήσουμε κατά 1 το προηγούμενο ψηφίο, που είναι κι αυτό 9 και δε γίνεται. Έτσι, αυξάνουμε κατά 1 το προηγούμενο ψηφίο από αυτό το 9, το οποίο στην περίπτωση μας θεωρείται το 0 και γίνεται 1. Όλα τα επόμενα ψηφία γίνονται 0:

$$9.976 \rightarrow 10.000$$

Όταν πρέπει να αυξήσουμε κατά 1 το 9, το οποίο είναι το πρώτο ψηφίο του αριθμού μας, τότε θεωρούμε ότι το προηγούμενό του ψηφίο είναι το 0, το οποίο γίνεται 1.

### Άσκηση 11

- α. Να βρείτε το πλήθος των φυσικών αριθμών:

$$8, 9, 10, \dots, 90$$

- β. Να βρείτε το πλήθος των φυσικών αριθμών που υπάρχουν ανάμεσα στους αριθμούς 40 και 60.

#### Λύση

- α. Για να βρούμε το ζητούμενο πλήθος, βρίσκουμε τη διαφορά του μικρότερου αριθμού από τον μεγαλύτερο και προσθέτουμε 1:

$$90 - 8 = 82 \quad 82 + 1 = 83$$

Ωστε το ζητούμενο πλήθος είναι 83.

- β. Για να βρούμε το ζητούμενο πλήθος, βρίσκουμε τη διαφορά  $60 - 40 = 20$  και τη μειώνουμε κατά 1:  $20 - 1 = 19$ . Επομένως το ζητούμενο πλήθος είναι 19.

Η διαφορά  $\beta - \alpha$  δίνει το πλήθος των αριθμών από το  $\alpha$  έως και το  $\beta$  χωρίς να μετράμε το  $\alpha$ . Γι' αυτό εδώ προσθέτουμε 1:  $\beta - \alpha + 1$ .

Η διαφορά  $60 - 40$  δίνει το πλήθος των αριθμών από το 40 έως και το 60 χωρίς να μετράμε το 40, αλλά μετρώντας το 60. Επειδή εδώ δε μετράμε το 60, αφαιρούμε 1:  $\beta - \alpha - 1$ .

## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

### Ερωτήσεις θεωρίας

1. Ποιοι είναι οι φυσικοί αριθμοί;
2. Έχουν όλοι οι φυσικοί αριθμοί επόμενο και προηγούμενο αριθμό;
3. Ποιοι αριθμοί λέγονται άρτιοι και ποιοι περιττοί; Σε τι ψηφίο λήγουν;
4. Ποια είναι τα ψηφία του δεκαδικού συστήματος;
5. Από τι εξαρτάται η αξία ενός ψηφίου ενός αριθμού;
6. Τι σημαίνει καθένα από τα σύμβολα  $=$ ,  $<$ ,  $>$ ;
7. Τι εννοούμε όταν λέμε ότι διατάσσουμε τους αριθμούς;
  - α. κατά αύξουσα σειρά    β. κατά φθίνουσα σειρά
8. Πώς τοποθετούμε πάνω σε μία ευθεία τους φυσικούς αριθμούς; Τι είναι η μονάδα μέτρησης;
9. Πώς στρογγυλοποιούμε έναν αριθμό στο ψηφίο μιας τάξης, όταν το ψηφίο της αμέσως προηγούμενης τάξης (δεξιά του) είναι:
  - α. μικρότερο του 5    β. ίσο με 5    γ. μεγαλύτερο του 5
10. Τι κάνουμε αν το ψηφίο της τάξης στην οποία στρογγυλοποιούμε είναι το 9 και πρέπει να το αυξήσουμε κατά 1;

### Ερωτήσεις κλειστού τύπου

11. Να χαρακτηρίσετε τις επόμενες προτάσεις με Σ, αν είναι σωστές, ή με Λ, αν είναι λανθασμένες:
  - α. Ο αριθμός 1 είναι άρτιος.
  - β. Αν ένας αριθμός είναι άρτιος, τότε ο επόμενός του είναι περιττός.
  - γ. Όλοι οι φυσικοί αριθμοί έχουν προηγούμενο και επόμενο φυσικό αριθμό.
  - δ. Ο μεγαλύτερος τριψήφιος αριθμός είναι ο 100.
  - ε. Το 0 είναι άρτιος.
  - στ. Ανάμεσα στον αριθμό 9 και τον αριθμό 10 υπάρχουν φυσικοί αριθμοί.
12. Να συμπληρώσετε τα επόμενα κενά:
  - α. Το ψηφίο των δεκάδων του αριθμού 542 είναι το .....
  - β. Κάθε φυσικός ..... έχει έναν επόμενο και έναν ..... φυσικό αριθμό, εκτός από το ..... που δεν έχει ..... φυσικό αριθμό.

13. Να συμπληρώσετε τα επόμενα κενά με τα σύμβολα =, <, >:  
 α.  $a \dots a$     β.  $a \dots a + 1$     γ.  $a - 1 \dots a$     δ.  $a + 1 \dots a + 2$

### Ασκήσεις

#### Η έννοια του φυσικού αριθμού

14. Να γράψετε τον επόμενο και τον προηγούμενο των φυσικών αριθμών:  
 α. 578    β. 10.001    γ. 0
15. Να γράψετε σε φυσική γλώσσα τους αριθμούς:  
 α. 803    β. 10.000    γ. 17.003    δ. 2.047.801    ε. 3.001.742.831
16. Να γράψετε με ψηφία τους αριθμούς:  
 α. επτακόσια τριάντα  
 β. χίλια τέσσερα  
 γ. εβδομήντα χιλιάδες πεντακόσια τριάντα δύο  
 δ. δύο εκατομμύρια σαράντα δύο  
 ε. 1 δισεκατομμύριο πεντακόσια τριάντα εκατομμύρια
17. Να βρείτε την τάξη του υπογραμμισμένου ψηφίου:  
 α. 7.531    β. 7.531    γ. 7.031    δ. 191.002    ε. 497.162    στ. 12.576.802
18. Να γράψετε σε ανεπτυγμένη μορφή (δεκαδικό ανάπτυγμα) τους αριθμούς:  
 α. 27    β. 593    γ. 1.004    δ. 432.000    ε. 555.741    στ. 2.708.047
19. Οι επόμενοι αριθμοί δίνονται στην ανεπτυγμένη τους μορφή. Να τους γράψετε στην κανονική τους μορφή:  
 α.  $7 \cdot 10 + 4 \cdot 1$     γ.  $2 \cdot 1.000 + 0 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 3 \cdot 1$   
 β.  $8 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 6 \cdot 1$     δ.  $8 \cdot 10.000 + 5 \cdot 1.000 + 0 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 0 \cdot 1$
20. Ποιοι από τους επόμενους αριθμούς είναι άρτιοι και ποιοι περιττοί;  
 0, 1, 12, 100, 1.001
21. Να γράψετε όλους τους διψήφιους αριθμούς που προκύπτουν χρησιμοποιώντας τα ψηφία 0, 1, 3 μία φορά το καθένα.

#### Σύγκριση – Διάταξη φυσικών αριθμών

22. Να συγκρίνετε τους αριθμούς:  
 α. 74 και 47    β. 247 και 742    γ. 526 και 70    δ. 14.532 και 14.600
23. Στα παρακάτω κενά να βάλετε το κατάλληλο σύμβολο από τα =, <, >:  
 α. 831 ..... 831    γ. 12.131 ..... 13.131  
 β. 7.542 ..... 7.800    δ. 531.632 ..... 1.731.842

24. Να τοποθετήσετε τους αριθμούς 20, 50, 41, 80, 63, 0:  
 α. σε αύξουσα σειρά      β. σε φθίνουσα σειρά
25. Να γράψετε σε φθίνουσα σειρά τους διψήφιους αριθμούς που είναι μεγαλύτεροι από το 90.
26. Να γράψετε σε αύξουσα σειρά όλους τους τριψήφιους αριθμούς που προκύπτουν χρησιμοποιώντας από μία φορά το καθένα τα ψηφία 4, 5, 6.
27. Να γράψετε σε αύξουσα σειρά τους φυσικούς αριθμούς οι οποίοι είναι:  
 α. μεγαλύτεροι του 100 και μικρότεροι του 109  
 β. μεγαλύτεροι ή ίσοι του 100 και μικρότεροι του 109  
 γ. μεγαλύτεροι ή ίσοι του 100 και μικρότεροι ή ίσοι του 109
28. Να βρείτε τις τιμές του φυσικού αριθμού  $a$ , αν ισχύει:  
 α.  $a < 5$     β.  $a \leq 5$     γ.  $0 < a < 5$     δ.  $4 < a < 8$     ε.  $6 < a < 6$     στ.  $6 \leq a \leq 6$
29. α. Αν  $v \leq 5$ , να βρείτε τη μεγαλύτερη και τη μικρότερη τιμή του φυσικού αριθμού  $v$ .  
 β. Αν  $v > 5$ , να βρείτε τη μεγαλύτερη και τη μικρότερη τιμή του φυσικού αριθμού  $v$ .  
 γ. Αν  $5 \leq v \leq 10$ , να γράψετε όλες τις τιμές του φυσικού αριθμού  $v$ .
30. Ποιος είναι ο μεγαλύτερος και ποιος ο μικρότερος τετραψήφιος φυσικός αριθμός που μπορεί να προκύψει χρησιμοποιώντας μόνο τα ψηφία 6, 7, 8;

### Αντιστοίχιση φυσικών αριθμών με σημεία μιας ευθείας

31. Να σχεδιάσετε μια ευθεία και να τοποθετήσετε τους αριθμούς 1, 2, 3, 4.
32. Να χαράξετε μια ευθεία, να πάρετε ως αρχή ένα σημείο  $O$  και μονάδα μέτρησης  $OA = 2 \text{ cm}$ .  
 α. Να αντιστοιχίσετε τους αριθμούς 1, 2, 3, 4 με σημεία αυτής της ευθείας.  
 β. Ποιος αριθμός αντιστοιχεί στο σημείο  $M$  της ευθείας που απέχει από το  $O$  απόσταση  $OM = 10 \text{ cm}$ ;
33. α. Να σχεδιάσετε μια ευθεία και να πάρετε ως αρχή ένα σημείο  $O$  και μονάδα μέτρησης  $OA = 5 \text{ mm}$ .  
 β. Να τοποθετήσετε τα σημεία  $B, \Gamma, \Delta$  που απέχουν από το  $O$  απόσταση  $OB = 10 \text{ mm}$ ,  $O\Gamma = 20 \text{ cm}$  και  $O\Delta = 50 \text{ mm}$ . Ποιοι αριθμοί αντιστοιχούν στα σημεία αυτά;  
 γ. Ένα σημείο  $M$  έχει τετμημένη 8. Πόσα  $\text{mm}$  απέχει από την αρχή  $O$ ;

34. α. Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων Β, Γ και Δ του παρακάτω σχήματος:



β. Να σημειώσετε το σημείο Ε που παριστάνει τον αριθμό 3.

### Άρτιοι – Περιττοί αριθμοί

35. Να βρείτε ποιοι από τους επόμενους αριθμούς είναι άρτιοι και ποιοι περιττοί:

19, 22, 0, 147, 1, 8.002

36. Να γράψετε όλους τους άρτιους αριθμούς που προκύπτουν χρησιμοποιώντας τα ψηφία 1, 2, 3 από μία φορά το καθένα.

37. α. Να γράψετε τους άρτιους αριθμούς που βρίσκονται ανάμεσα στον αριθμό 22 και τον αριθμό 35.

β. Να γράψετε όλους τους περιττούς που βρίσκονται ανάμεσα στον αριθμό 41 και τον αριθμό 50.

38. Είναι ο αριθμός 4,82 άρτιος ή περιττός; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

### Στρογγυλοποίηση φυσικών αριθμών

39. Να στρογγυλοποιήσετε τους επόμενους αριθμούς στην πλησιέστερη δεκάδα:

α. 403    β. 652    γ. 465    δ. 158

40. Να στρογγυλοποιήσετε τους επόμενους αριθμούς στην πλησιέστερη εκατοντάδα:

α. 146    β. 257    γ. 1.307    δ. 3.581

41. Να στρογγυλοποιήσετε τους επόμενους αριθμούς στην πλησιέστερη δεκάδα:

α. 591    β. 595    γ. 995

42. Δίνεται ο αριθμός 15.893. Να τον στρογγυλοποιήσετε στην πλησιέστερη:

α. δεκάδα    β. εκατοντάδα    γ. δεκάδα χιλιάδα

43. Να βρείτε όλους τους φυσικούς αριθμούς που, όταν στρογγυλοποιηθούν στην πλησιέστερη δεκάδα, γίνονται 150.

44. Να γράψετε τους διψήφιους αριθμούς που, όταν στρογγυλοποιηθούν στην πλησιέστερη δεκάδα, γίνονται 100.

45. Να στρογγυλοποιήσετε τον αριθμό 999 στην πλησιέστερη:

α. μονάδα    β. δεκάδα    γ. εκατοντάδα

Τι παρατηρείτε;

46. Ο αριθμός 4.3α2, όταν στρογγυλοποιηθεί στην πλησιέστερη εκατοντάδα, γίνεται 4.300. Ποιες τιμές μπορεί να πάρει το ψηφίο α;
47. Ο αριθμός 5α6, όταν στρογγυλοποιηθεί στην πλησιέστερη δεκάδα, γίνεται 600. Ποιες τιμές μπορεί να πάρει το ψηφίο α;
48. Να στρογγυλοποιήσετε τον αριθμό 8 στην πλησιέστερη δεκάδα. Ομοίως τον αριθμό 4.

### Πλήθος διαδοχικών φυσικών αριθμών

49. Να βρείτε το πλήθος των φυσικών αριθμών:  
8, 9, 10, ..., 25
50. Να βρείτε το πλήθος των φυσικών αριθμών που περιέχονται μεταξύ του 12 και του 20.
51. Να βρείτε το πλήθος των άρτιων αριθμών:  
6, 8, 10, ..., 40
52. Να βρείτε το πλήθος όλων των αριθμών που είναι:  
α. διψήφιοι      β. τριψήφιοι
53. Να βρείτε το πλήθος των τιμών των φυσικών αριθμών για το οποίο:  
α.  $2 \leq a \leq 17$       β.  $2 < a < 17$       γ.  $2 \leq a < 17$
54. Να βρείτε πόσες σελίδες ενός βιβλίου είναι αν μετρήσουμε από τη σελίδα 21 μέχρι και τη σελίδα 45.

## ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

---

### ΘΕΜΑ 1ο

- α.** Ποιοι φυσικοί αριθμοί λέγονται άρτιοι και ποιοι περιττοί;
- β.** Τι σημαίνει το σύμβολο  $<$ ;

### ΘΕΜΑ 2ο

**Δίνεται ο φυσικός αριθμός 4.728.953.**

- α.** Να διαβάσετε τον αριθμό.
- β.** Να γράψετε την τάξη κάθε ψηφίου του.
- γ.** Να γράψετε το δεκαδικό του ανάπτυγμα.

### ΘΕΜΑ 3ο

**Δίνονται οι φυσικοί αριθμοί 4.526, 4.350, 743, 1.005, 48.**

- α.** Ποιοι από αυτούς είναι άρτιοι και ποιοι περιττοί;
- β.** Να τους διατάξετε σε αύξουσα σειρά.
- γ.** Να γράψετε τους τρεις επόμενους και τους τρεις προηγούμενους αριθμούς του μικρότερου από τους αριθμούς αυτούς.

### ΘΕΜΑ 4ο

- α.** Να στρογγυλοποιήσετε τον αριθμό 8.529 στην πλησιέστερη εκατοντάδα και στην πλησιέστερη χιλιάδα.
- β.** Δίνεται ο αριθμός 4.995. Να τον στρογγυλοποιήσετε στην πλησιέστερη δεκάδα.

## 1.2 Πρόσθεση, αφαίρεση και πολλαπλασιασμός φυσικών αριθμών

### A | Πρόσθεση

*Πρόσθεση είναι η πράξη με την οποία από δύο φυσικούς αριθμούς  $a$  και  $b$ , που λέγονται προσθετέοι, βρίσκουμε έναν τρίτο αριθμό  $\gamma$ , που λέγεται άθροισμα αυτών.*

- Γράφουμε:

$$a + b = \gamma$$

- Οι αριθμοί  $a$  και  $b$  λέγονται όροι του αθροίσματος.

#### Παράδειγμα

Στην πρόσθεση  $7 + 5 = 12$  οι αριθμοί 7 και 5 λέγονται προσθετέοι (ή όροι του αθροίσματος), ενώ το αποτέλεσμα 12 λέγεται άθροισμα αυτών.

### Ιδιότητες της πρόσθεσης

Οι σημαντικότερες ιδιότητες της πρόσθεσης είναι οι εξής:

- **Αντιμεταθετική ιδιότητα.** Σύμφωνα με αυτήν, μπορούμε να αλλάξουμε τη σειρά δύο προσθετέων. Η ιδιότητα αυτή εκφράζεται από την ισότητα:

$$a + b = b + a$$

- **Προσεταιριστική ιδιότητα.** Σύμφωνα με αυτήν, μπορούμε να αντικαταστήσουμε προσθετέους με το άθροισμά τους ή να αναλύσουμε έναν προσθετέο σε άθροισμα. Η ιδιότητα αυτή εκφράζεται από την ισότητα:

$$a + (b + \gamma) = (a + b) + \gamma$$

- **Το μηδέν (0),** όταν προστεθεί σε έναν φυσικό αριθμό, δεν τον μεταβάλλει:

$$a + 0 = a \quad \text{ή} \quad 0 + a = a$$

**Άσκηση 1**

- α. Να υπολογίσετε τα αθροίσματα  $14 + 21$  και  $21 + 14$ . Ποια ιδιότητα της πρόσθεσης επαληθεύεται;
- β. Να υπολογίσετε τα αθροίσματα  $(29 + 4) + 10$  και  $29 + (4 + 10)$ . Ποια ιδιότητα της πρόσθεσης επαληθεύεται;

**Λύση**

- α. Είναι:  $14 + 21 = 35$  και  $21 + 14 = 35$ , οπότε  $14 + 21 = 21 + 14$ .  
Επομένως, επαληθεύεται η **αντιμεταθετική ιδιότητα** της πρόσθεσης.
- β. Είναι:

$$(29 + 4) + 10 = 33 + 10 = 43$$

και

$$29 + (4 + 10) = 29 + 14 = 43$$

οπότε

$$(29 + 4) + 10 = 29 + (4 + 10)$$

Επομένως, επαληθεύεται η **προσεταιριστική ιδιότητα** της πρόσθεσης.

**B | Αφαίρεση**

*Αφαίρεση* λέμε την πράξη με την οποία, όταν δίνονται δύο αριθμοί, ο μειωτέος  $M$  και ο αφαιρετέος  $A$ , βρίσκουμε έναν τρίτο αριθμό  $\Delta$ , που τον λέμε *διαφορά*, ο οποίος, όταν προστεθεί στον  $A$ , δίνει τον  $M$ .

Επομένως:

$$\text{Αν } M - A = \Delta, \text{ τότε } M = A + \Delta$$

**Παράδειγμα**

Στην αφαίρεση  $18 - 5 = 13$  ο  $18$  είναι ο μειωτέος, ο  $5$  είναι ο αφαιρετέος και το αποτέλεσμα  $13$  είναι η διαφορά. Ακόμα, επειδή  $18 - 5 = 13$ , ισχύει  $5 + 13 = 18$ .

- Στην αφαίρεση, στους φυσικούς αριθμούς ο **μειωτέος  $M$  πρέπει να είναι μεγαλύτερος ή ίσος του αφαιρετέου**, διαφορετικά η αφαίρεση  $M - A$  δε γίνεται.
- Τέλος είναι εύκολο να διαπιστώσουμε ότι:

$$a - 0 = a \text{ και } a - a = 0$$

Είναι χρήσιμο για τα επόμενα να τονίσουμε ότι:

- από την ισότητα  $a - \beta = \gamma$  παίρνουμε την ισότητα  $\beta + \gamma = a$
- από την ισότητα  $a + \beta = \gamma$  παίρνουμε τις ισότητες:

$$\gamma - \beta = a \text{ και } \gamma - a = \beta$$

## Γ | Πολλαπλασιασμός

*Πολλαπλασιασμός είναι η πράξη με την οποία από δύο φυσικούς αριθμούς  $a$  και  $b$  που λέγονται παράγοντες βρίσκουμε έναν τρίτο αριθμό  $\gamma$  που τον λέμε γινόμενο:*

$$a \cdot b = \gamma$$

### Ιδιότητες του πολλαπλασιασμού

Οι σημαντικότερες ιδιότητες του πολλαπλασιασμού είναι οι επόμενες:

- Το γινόμενο ενός φυσικού αριθμού  $a$  με τη μονάδα ισούται με τον ίδιο τον αριθμό  $a$ :

$$a \cdot 1 = a \text{ και } 1 \cdot a = a$$

- Το γινόμενο ενός φυσικού αριθμού  $a$  με το μηδέν ισούται με το μηδέν.

$$a \cdot 0 = 0 \text{ και } 0 \cdot a = 0$$

- **Αντιμεταθετική ιδιότητα**

Μπορούμε να αλληλάξουμε τη σειρά των παραγόντων ενός γινομένου:

$$a \cdot b = b \cdot a$$

- **Προσεταιριστική ιδιότητα**

Μπορούμε να αντικαθιστούμε παράγοντες με το γινόμενό τους και να αναλύουμε έναν παράγοντα σε γινόμενο:

$$a \cdot (b \cdot \gamma) = (a \cdot b) \cdot \gamma$$

- Επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση:

$$a \cdot (\beta + \gamma) = a \cdot \beta + a \cdot \gamma$$

- Επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την αφαίρεση:

$$a \cdot (\beta - \gamma) = a \cdot \beta - a \cdot \gamma$$

Συνήθως εφαρμόζουμε την επιμεριστική ιδιότητα, όπως στην επόμενη άσκηση 2, από το 2ο μέλος:  $a \cdot \beta + a \cdot \gamma = a \cdot (\beta + \gamma)$ ,  $a \cdot \beta - a \cdot \gamma = a \cdot (\beta - \gamma)$ .

### Άσκηση 2

Να βρείτε τα εξαγόμενα των πράξεων:

**α.**  $46 \cdot 4 + 46 \cdot 6$       **β.**  $27 \cdot 43 - 27 \cdot 13$

#### Λύση

Με την επιμεριστική ιδιότητα έχουμε:

**α.** 
$$\begin{aligned} 46 \cdot 4 + 46 \cdot 6 &= 46 \cdot (4 + 6) \\ &= 46 \cdot 10 \\ &= 460 \end{aligned}$$

**β.** 
$$\begin{aligned} 27 \cdot 43 - 27 \cdot 13 &= 27 \cdot (43 - 13) \\ &= 27 \cdot 30 \\ &= 810 \end{aligned}$$

### Αριθμητικές παραστάσεις – Προτεραιότητα των πράξεων

- Οι **αριθμητικές παραστάσεις** περιέχουν αριθμούς που συνδέονται μεταξύ τους με τα σύμβολα των πράξεων.

#### Παράδειγμα

Οι επόμενες παραστάσεις είναι αριθμητικές παραστάσεις:

$4 \cdot 7 - 5 \cdot 2$        $12 + 5 + 6$        $47 - (7 + 4)$

- Για να βρούμε την **τιμή** μιας αριθμητικής παράστασης, ακολουθούμε κάποιους κανόνες οι οποίοι καθορίζουν τη σειρά με την οποία κάνουμε τις πράξεις. Αυτή είναι η **προτεραιότητα των πράξεων**, σύμφωνα με την οποία:

- Αν υπάρχουν πολλαπλασιασμοί, προσθέσεις και αφαιρέσεις, πρώτα γίνονται οι πολλαπλασιασμοί.

- Τελευταίες γίνονται οι προσθέσεις και οι αφαιρέσεις με τη σειρά που εμφανίζονται.
- Αν η αριθμητική παράσταση περιέχει παρενθέσεις, πρώτα γίνονται οι πράξεις μέσα σε αυτές με την παραπάνω σειρά.

Οι επόμενες ασκήσεις δείχνουν τον τρόπο που εργαζόμαστε.

### Άσκηση 3

Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

α.  $2 \cdot 7 + 4 \cdot 3$       β.  $10 + 4 \cdot (15 - 6)$

#### Λύση

α. Πρώτα γίνονται οι πολλαπλασιασμοί και στη συνέχεια η πρόσθεση:

$$2 \cdot 7 + 4 \cdot 3 = 14 + 12 = 26$$

β. Πρώτα γίνεται η αφαίρεση μέσα στην παρένθεση:

$$\begin{aligned} 10 + 4 \cdot (15 - 6) &= 10 + 4 \cdot 9 \\ &= 10 + 36 \\ &= 46 \end{aligned}$$

### Άσκηση 4

Να κάνετε τις πράξεις:

α.  $12 + 3 \cdot (7 - 2) - (4 + 3) \cdot (5 - 3)$       β.  $25 - 2 \cdot (4 + 3 \cdot 2)$

#### Λύση

α. Πρώτα γίνονται οι πράξεις μέσα στις παρενθέσεις, στη συνέχεια οι πολλαπλασιασμοί και τέλος οι προσθέσεις και οι αφαιρέσεις με τη σειρά που εμφανίζονται:

$$\begin{aligned} 12 + 3 \cdot (7 - 2) - (4 + 3) \cdot (5 - 3) &= 12 + 3 \cdot 5 - 7 \cdot 2 \\ &= 12 + 15 - 14 \\ &= 27 - 14 \\ &= 13 \end{aligned}$$

β. Πρώτα γίνονται οι πράξεις μέσα στην παρένθεση. Ακολουθούμε και εδώ την προτεραιότητα των πράξεων. Μέσα στην παρένθεση πρώτα γίνεται ο πολλαπλασιασμός και στη συνέχεια η πρόσθεση:

$$\begin{aligned} 25 - 2 \cdot (4 + 3 \cdot 2) &= 25 - 2 \cdot (4 + 6) \\ &= 25 - 2 \cdot 10 \\ &= 25 - 20 \\ &= 5 \end{aligned}$$

**Άσκηση 5**

Αν  $\alpha = 22 - 4 \cdot 5$ ,  $\beta = 3 \cdot (1 + 4) - 2 \cdot 3 \cdot 2$ , να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \alpha \cdot \beta + 3 \cdot (\alpha + \beta)$$

**Λύση**

α. Πρώτα υπολογίζουμε τις τιμές των  $\alpha$  και  $\beta$  ακολουθώντας την προτεραιότητα των πράξεων. Είναι:

$$\alpha = 22 - 4 \cdot 5 = 22 - 20 = 2$$

$$\beta = 3 \cdot (1 + 4) - 2 \cdot 3 \cdot 2 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 3 \cdot 2 = 15 - 12 = 3$$

Αντικαθιστούμε στην παράσταση  $A$  τα  $\alpha$  και  $\beta$  με τις τιμές που βρήκαμε και κάνουμε τις πράξεις:

$$\begin{aligned} A &= \alpha \cdot \beta + 3 \cdot (\alpha + \beta) = 2 \cdot 3 + 3 \cdot (2 + 3) \\ &= 2 \cdot 3 + 3 \cdot 5 \\ &= 6 + 15 \\ &= 21 \end{aligned}$$

### Το τέχνασμα του Gauss για τον υπολογισμό του αθροίσματος διαδοχικών φυσικών αριθμών $\rightarrow$

**Άσκηση 6**

Να υπολογιστεί το άθροισμα των φυσικών αριθμών από το 1 έως και το 50:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 50$$

**Λύση**

Παίρνουμε τους αριθμούς ανά ζεύγη: τον πρώτο με τον τελευταίο, τον δεύτερο με τον προτελευταίο, τον τρίτο με τον προπροτελευταίο κ.λπ. Έχουμε 50 αριθμούς, οπότε σχηματίζονται 25 ζεύγη:

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 + \dots + 48 + 49 + 50 &= \underbrace{(1 + 50) + (2 + 49) + (3 + 48) + \dots + (25 + 26)}_{25 \text{ ζεύγη}} \\ &= \underbrace{51 + 51 + 51 + \dots + 51}_{25 \text{ φορές}} \\ &= 25 \cdot 51 \\ &= 1.275 \end{aligned}$$

## Εύκολοι υπολογισμοί με βασικά τεχνάσματα ↪

**Άσκηση 7**

Με την επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού να υπολογιστούν τα γινόμενα:

α.  $32 \cdot 8$

β.  $101 \cdot 42$

γ.  $99 \cdot 101$

**Λύση**

α. Γράφουμε το 32 ως άθροισμα  $30 + 2$

$$\begin{aligned} 32 \cdot 8 &= (30 + 2) \cdot 8 = 30 \cdot 8 + 2 \cdot 8 \\ &= 240 + 16 = 256 \end{aligned}$$

Αλλιώς, γράφουμε το  $8 = 10 - 2$ :

$$\begin{aligned} 32 \cdot 8 &= 32 \cdot (10 - 2) = 32 \cdot 10 - 32 \cdot 2 \\ &= 320 - 64 = 256 \end{aligned}$$

β. Γράφουμε το  $101 = 100 + 1$ :

$$\begin{aligned} 101 \cdot 42 &= (100 + 1) \cdot 42 = 100 \cdot 42 + 1 \cdot 42 \\ &= 4.200 + 42 = 4.242 \end{aligned}$$

γ. Γράφουμε το  $101 = 100 + 1$ :

$$\begin{aligned} 99 \cdot 101 &= 99 \cdot (100 + 1) = 99 \cdot 100 + 99 \cdot 1 \\ &= 9.900 + 99 \\ &= 9.999 \end{aligned}$$

Αλλιώς, γράφουμε το  $99 = 100 - 1$ :

$$\begin{aligned} 99 \cdot 101 &= (100 - 1) \cdot 101 = 100 \cdot 101 - 1 \cdot 101 \\ &= 10 \cdot 100 - 101 \\ &= 9.999 \end{aligned}$$

**Άσκηση 8**

Να υπολογίσετε τα γινόμενα:

α.  $4 \cdot 15 \cdot 50$

β.  $28 \cdot 6 + 28 \cdot 5$

**Λύση**

$$\begin{aligned} \alpha. \quad 4 \cdot 15 \cdot 50 &= (4 \cdot 50) \cdot 15 = 200 \cdot 15 = 3.000 \\ &\text{ή} \\ 4 \cdot 15 \cdot 50 &= 2 \cdot 2 \cdot 15 \cdot 50 = (2 \cdot 50) \cdot (2 \cdot 15) \\ &= 100 \cdot 30 = 3.000 \end{aligned}$$

Σε αυτά τα γινόμενα φροντίζουμε να εμφανίζονται πολλαπλάσια του 10. Προσέχουμε ότι  $5 \cdot 2 = 10$ .

β. Εφαρμόζουμε την επιμεριστική ιδιότητα, όπως είπαμε στην άσκηση 2, σελ. 32.

$$28 \cdot 6 + 28 \cdot 5 = 28 \cdot (6 + 5) = 28 \cdot 11$$

Το γινόμενο  $28 \cdot 11$  το υπολογίζουμε εύκολα ως εξής:

$$\begin{aligned} 28 \cdot 11 &= 28 \cdot (10 + 1) = 28 \cdot 10 + 28 \cdot 1 \\ &= 280 + 28 = 308 \end{aligned}$$

## Πολλαπλασιασμός αριθμών επί 10, 100, 1.000, ...

**Κανόνας** Για να πολλαπλασιάσουμε έναν αριθμό επί 10, 100, 1.000, ... γράφουμε στο τέλος του τόσα μηδενικά όσα έχει κάθε φορά ο παράγοντας 10, 100, 1.000, ...

### Άσκηση 9

Να γίνουν οι πράξεις:

α.  $542 \cdot 10$     β.  $542 \cdot 100$     γ.  $542 \cdot 10.000$     δ.  $542 \cdot 750 + 542 \cdot 250$

#### Λύση

α.  $542 \cdot 10 = 5.420$     β.  $542 \cdot 100 = 54.200$     γ.  $542 \cdot 10.000 = 5.420.000$

δ.  $542 \cdot 750 + 542 \cdot 250 = 542 \cdot (750 + 250)$   
 $= 542 \cdot 1.000$   
 $= 542.000$

## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

### Ερωτήσεις θεωρίας

1. Ποιες είναι οι κυριότερες ιδιότητες της πρόσθεσης;
2. Τι είναι η αφαίρεση;
3. Στην πρόσθεση  $a + b = \gamma$  πώς λέγεται καθένας από τους αριθμούς  $a, b, \gamma$ ;
4. Στην αφαίρεση  $M - A = \Delta$  πώς λέγεται καθένας από τους αριθμούς  $M, A, \Delta$ ;
5. Σε ποια περίπτωση δεν μπορεί να εκτελεστεί η αφαίρεση στους φυσικούς αριθμούς;
6. Να γράψετε την αντιμεταθετική και την προσεταιριστική ιδιότητα της πρόσθεσης.
7. Να γράψετε την αντιμεταθετική και την προσεταιριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού.
8. Να γράψετε την επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού:
  - α. ως προς την πρόσθεση
  - β. ως προς την αφαίρεση
9. Να συμπληρώσετε τις ισότητες:  

$$a \cdot 1 = \dots, 1 \cdot a = \dots, 0 \cdot a = \dots, a \cdot 0 = \dots$$
10. Πώς γίνεται ο πολλαπλασιασμός ενός φυσικού αριθμού επί 10, 100, 1.000, ...;

### Ερωτήσεις κλειστού τύπου

11. Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) καθεμία από τις επόμενες προτάσεις:
  - α. Η αντιμεταθετική ιδιότητα ισχύει στην πρόσθεση.
  - β. Η προσεταιριστική ιδιότητα ισχύει στην αφαίρεση.
  - γ. Η ισότητα  $a \cdot (b + \gamma) = a \cdot b + a \cdot \gamma$  εκφράζει την επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση.
  - δ. Αν  $M - A = \Delta$ , τότε  $M = A + \Delta$ .
  - ε. Ισχύει  $a \cdot b - a \cdot \gamma = a \cdot (b - \gamma)$ .
12. Να συμπληρώσετε τα επόμενα κενά:
  - α. Η ιδιότητα  $a + b = b + a$  λέγεται .....
  - β. Η προσεταιριστική ιδιότητα της πρόσθεσης είναι  $a + (\dots) = (a + \dots) + \dots$
  - γ. Σε μια αφαίρεση, αν προσθέσουμε τον αφαιρετέο στη ....., βρίσκουμε τον .....

δ. Οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού είναι:

i.  $a \cdot \dots = \dots \cdot a = a$

iii.  $(a \cdot \beta) \cdot \gamma = \dots$

ii.  $a \cdot \beta = \dots$

iv.  $a \cdot 0 = 0 \cdot a = \dots$

ε. Ο αριθμός που, αν  $\dots$  στον φυσικό αριθμό  $a$ , δίνει άθροισμα  $a$ , είναι ο μηδέν.

## Ασκήσεις

### Πρόσθεση

13. Να υπολογίσετε (χωρίς αριθμομηχανή) τα αθροίσματα:

α.  $45 + 15$

δ.  $389 + 111$

β.  $73 + 47$

ε.  $12.100 + 280$

γ.  $256 + 24$

στ.  $14 + 16 + 12 + 18$

14. Χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες της πρόσθεσης, να υπολογίσετε τα αθροίσματα:

α.  $26 + 15 + 54$

δ.  $128 + 5 + 255 + 32$

β.  $45 + 18 + 15$

ε.  $219 + 217 + 211 + 23$

γ.  $55 + 86 + 65 + 34$

στ.  $1.524 + 1.428 + 1.572 + 1.636$

15. Αν  $a = 2 + 13$ ,  $\beta = 27 + 23$ ,  $\gamma = 45 + 25$ , να υπολογίσετε το άθροισμα  $a + \beta + \gamma$ .

16. Αν  $x = 1 + 2 + 3$ ,  $y = 8 + 10 + 12$ ,  $z = 9 + 11 + 13$ , να υπολογίσετε το άθροισμα  $x + y + z$ .

17. Να αντικαταστήσετε τα τετράγωνα με κατάλληλα ψηφία:

$$\begin{array}{r} \alpha. \quad \square 6 \\ + \quad 3 \\ \hline 7 \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \beta. \quad 2 . 4 \square \square \\ + \quad \square 4 7 \\ \hline \square 2 0 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \gamma. \quad \square \square 4 3 \\ + \quad 9 \square \square \\ \hline 5 4 3 7 \end{array}$$

### Αφαίρεση

18. Να κάνετε στους επόμενους φυσικούς αριθμούς, αν γίνονται, τις αφαιρέσεις:

α.  $85 - 12$

δ.  $165 - 55$

ζ.  $1.000 - 100$

β.  $105 - 15$

ε.  $7.105 - 7.200$

η.  $10.000 - 1$

γ.  $12 - 24$

στ.  $12.500 - 500$

θ.  $5.128 - 4.028$

19. Να βρείτε τις διαφορές:

α.  $71 - 69$

γ.  $31 - 42$

ε.  $625 - 125$

β.  $256 - 56$

δ.  $508 - 18$

στ.  $412 - 22$

20. Να κάνετε τις πράξεις:

α.  $25 - 7 + 2$

β.  $42 + 28 - 5$

γ.  $5 + 17 - 5 - 3$

δ.  $41 + 1 - 7 - 16$

ε.  $53 + 0 - 8 - 9$

στ.  $26 + 4 - 12 - 3$

21. Να κάνετε τις πράξεις:

α.  $4 + (8 - 2)$

δ.  $(4 - 3) + (8 - 5)$

β.  $9 - (6 - 3) - 0$

ε.  $45 - (27 + 3) - (6 - 1)$

γ.  $65 - (13 + 22)$

στ.  $(18 + 12) - (12 - 5) - (5 + 18)$

22. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

α.  $A = (42 - 12) - (3 + 0 + 6) - (6 + 7 + 8)$

β.  $B = 121 + (5 + 4) - (130 - 30) - (7 - 5 + 1)$

23. Να συγκρίνετε τους αριθμούς α και β:

$\alpha = 11 + 39 - 20$

$\beta = 48 - (5 + 4) - (12 - 3)$

24. Αν  $\alpha = 24 - 5$ ,  $\beta = (5 + 3) - 2$ ,  $\gamma = 12 - (5 + 3)$ , να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$\alpha + \beta - \gamma$$

25. Ποιον αριθμό πρέπει να προσθέσουμε στο 27 για να βρούμε 38;

26. α. Ποιον αριθμό πρέπει να αφαιρέσουμε από το 45 για να βρούμε 31;

β. Ποιον αριθμό πρέπει να προσθέσουμε στο 31 για να βρούμε 45;

27. Από ποιον αριθμό πρέπει να αφαιρέσουμε το 12 για να βρούμε 43;

28. Να συμπληρώσετε τα κενά με τα κατάλληλα ψηφία:

$$\begin{array}{r} \alpha. \quad 1 \ 2 \ 8 \\ - \quad \square \ \square \\ \hline 4 \ 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \beta. \quad 4 \ \square \ \square \ 2 \\ - \quad 6 \ 1 \ 4 \\ \hline \square \ 8 \ 0 \ \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \gamma. \quad \square \ 5 \ 2 \ \square \\ - \quad \square \ \square \ 6 \\ \hline 4 \ 2 \ 7 \ 3 \end{array}$$

### Πολλαπλασιασμός

29. Να υπολογίσετε τα γινόμενα:

α.  $8 \cdot 9$

γ.  $12 \cdot 3$

ε.  $20 \cdot 20$

β.  $25 \cdot 2$

δ.  $30 \cdot 5$

στ.  $30 \cdot 20$

30. Να υπολογίσετε τα γινόμενα:

α.  $51 \cdot 3$

γ.  $31 \cdot 11$

ε.  $85 \cdot 14$

β.  $23 \cdot 12$

δ.  $67 \cdot 22$

στ.  $102 \cdot 40$

31. Να κάνετε τους πολλαπλασιασμούς:

α.  $37 \cdot 100$

δ.  $432 \cdot 1.000$

ζ.  $100 \cdot 100$

β.  $420 \cdot 100$

ε.  $53 \cdot 10.000$

η.  $100 \cdot 1.000$

γ.  $110 \cdot 1.000$

στ.  $426 \cdot 100.000$

θ.  $10 \cdot 100 \cdot 1.000$

32. Να κάνετε τους πολλαπλασιασμούς:

α.  $2 \cdot 21 \cdot 5$

γ.  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$

ε.  $25 \cdot 3 \cdot 8$

β.  $25 \cdot 34 \cdot 4$

δ.  $4 \cdot 8 \cdot 100$

στ.  $5 \cdot 102 \cdot 20$

33. Χρησιμοποιώντας την επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού, να βρείτε τα γινόμενα:

α.  $47 \cdot 11$

γ.  $85 \cdot 99$

ε.  $23 \cdot 1.001$

β.  $53 \cdot 101$

δ.  $48 \cdot 9$

στ.  $999 \cdot 52$

34. Να κάνετε τις πράξεις χρησιμοποιώντας την επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού:

α.  $12 \cdot 17 + 12 \cdot 3$

ε.  $141 \cdot 55 - 41 \cdot 55$

β.  $27 \cdot 14 + 27 \cdot 6$

στ.  $12 \cdot 7 + 12 \cdot 8 + 12 \cdot 5$

γ.  $4 \cdot 31 + 5 \cdot 31$

ζ.  $58 \cdot 12 + 58$

δ.  $9 \cdot 27 - 5 \cdot 27$

η.  $431 \cdot 12 - 431$

35. Να συγκρίνετε τους αριθμούς α και β:

α.  $43 \cdot 7 + 43 \cdot 2 + 43$

β.  $35 \cdot 9 + 35 \cdot 5 - 3 \cdot 4 \cdot 5$

### Αριθμητικές παραστάσεις – Προτεραιότητα των πράξεων

36. Να κάνετε τις πράξεις:

α.  $4 + 7 \cdot 3$

δ.  $17 - 2 \cdot 3 - 4 \cdot 2$

ζ.  $41 - (4 + 3)$

β.  $18 - 5 \cdot 3$

ε.  $15 - 4 \cdot 3 + 2 \cdot 4$

η.  $50 - 2 \cdot (4 + 16)$

γ.  $25 - 3 \cdot 5 - 2$

στ.  $5 \cdot 8 - 4 \cdot 5$

θ.  $2 \cdot 3 \cdot 4 - 5 \cdot 3 - 4$

37. Να κάνετε τις πράξεις:

α.  $(4 + 3) \cdot (2 + 1) \cdot (3 - 2)$

γ.  $11 + (5 - 2) \cdot 3$

β.  $(7 + 12) - (14 + 5)$

δ.  $4 + 2 \cdot (3 + 1) \cdot (4 - 2)$

38. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

α.  $5 \cdot 8 + 5 \cdot 9 + 5 \cdot 11$

γ.  $4 \cdot (5 + 13) + 3 \cdot (6 + 12)$

β.  $6 \cdot 12 + 5 \cdot 12 - 7 \cdot 12$

δ.  $23 \cdot (5 + 2) + 23 \cdot (3 + 1) - 23$

39. Να κάνετε τις πράξεις:

α.  $4 \cdot (3 + 2 \cdot 5)$

δ.  $20 - 19 \cdot (4 \cdot 3 - 5 \cdot 2 - 2)$

β.  $8 \cdot (12 - 5 \cdot 2 + 1)$

ε.  $5 \cdot (3 \cdot 2 + 1) \cdot 2$

γ.  $9 \cdot (5 + 1 \cdot 2 - 3 \cdot 2)$

στ.  $(4 + 1) \cdot (5 + 2) - 3 \cdot (4 \cdot 3 - 3 \cdot 3)$

40. Αν  $\alpha = 2$ ,  $\beta = 3$ ,  $\gamma = 4$ , να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

α.  $(\alpha + \beta) \cdot (\gamma - \alpha)$

γ.  $2 \cdot (\alpha + \beta) \cdot (\gamma + \gamma)$

β.  $\beta \cdot (\alpha + \gamma) \cdot (\gamma - \alpha)$

δ.  $(\alpha + 1) \cdot (\beta + 3) - \alpha \cdot \gamma + 3 \cdot \gamma$

41. Αν  $\alpha = 4 + 2 \cdot 3$ ,  $\beta = 8 + 2 \cdot (4 \cdot 1 - 3)$ , να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:  
 α.  $A = \alpha \cdot \beta + (\alpha - \beta)$       β.  $B = 3 \cdot \alpha \cdot \beta - 2 \cdot (\beta + 5 - \alpha)$
42. Αν  $x + y = 4$ , να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:  
 α.  $5x + 5y$       β.  $(3 + 2 \cdot 4)x + (3 \cdot 5 - 4)y + 6$
43. Να υπολογίσετε τα αθροίσματα:  
 α.  $1 + 2 + 3 + \dots + 40$       γ.  $1 + 2 + 3 + \dots + 51$   
 β.  $5 + 6 + 7 + \dots + 50$       δ.  $2 + 4 + 6 + \dots + 98 + 100$
44. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:  
 α.  $(4 + 16 - 10) - (7 + 5 - 3 \cdot 1)$       γ.  $(25 + 3 \cdot 5 - 2 \cdot 8) \cdot (4 \cdot 3 + 2 \cdot 1 - 2 \cdot 2)$   
 β.  $28 - (100 + 4 - 96) - (92 - 91)$       δ.  $52 - 2 \cdot (2 \cdot 1 + 3) + 4 \cdot 5 \cdot 6$
45. Να κάνετε τις πράξεις:  
 α.  $2 \cdot (6 - 4) + (3 + 2) \cdot (5 + 4 \cdot 3)$       γ.  $15 \cdot (3 \cdot 4 + 3 + 2) - 6 \cdot (2 \cdot 3 + 4 \cdot 5)$   
 β.  $(6 + 5) \cdot 3 - (22 - 12) \cdot 2 - 4 \cdot 0$       δ.  $(3 \cdot 4 - 2) \cdot (3 + 4 + 2) \cdot (3 \cdot 3 - 2 \cdot 4)$
46. Να κάνετε τις πράξεις:  
 α.  $5 \cdot (4 + 1) \cdot (4 - 1) + 3 \cdot (4 \cdot 5 - 2 \cdot 3 - 9)$   
 β.  $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 - 5 \cdot 6$   
 γ.  $8 \cdot 12 + 9 \cdot 12 + 10 \cdot 12 + 11 \cdot 12 + 12 \cdot 12$
47. Να κάνετε τις πράξεις:  
 α.  $3 \cdot [4 + 2 \cdot (5 - 1)]$       γ.  $2 \cdot [7 + 5 \cdot (11 - 9) - 3 \cdot 5]$   
 β.  $(4 - 1) \cdot [2 \cdot 3 + 2 \cdot (1 + 5)]$       δ.  $21 - [5 \cdot 4 - 2 \cdot (8 - 5)]$
48. Να κάνετε τις πράξεις:  
 α.  $7 \cdot [3 + 2 \cdot (5 + 1)]$       γ.  $[3 + (5 - 3) \cdot 2] \cdot [2 + 6 \cdot (1 + 2)]$   
 β.  $[5 \cdot 2 + 3 \cdot (7 - 2) + 1] \cdot (6 - 4)$       δ.  $(5 \cdot 6 - 4 \cdot 3 + 2) \cdot [4 \cdot 9 - 1 \cdot 2 \cdot (3 + 4)]$
49. Να κάνετε τις πράξεις:  
 α.  $4 \cdot 8 + 2 \cdot [3 \cdot (3 \cdot 4 - 5) - 12 \cdot (5 \cdot 6 - 30)]$   
 β.  $(4 - 4) \cdot [3 \cdot 4 \cdot (5 + 6) - 7 \cdot (5 \cdot 3 - 14)]$
50. Να κάνετε τις πράξεις:  
 α.  $(4 \cdot 3 + 2) \cdot [3 \cdot 8 - 4 \cdot (5 \cdot 3 - 4 \cdot 3)] + 6 \cdot (14 - 2 \cdot 7)$   
 β.  $[(5 \cdot 3 - 6) \cdot (2 \cdot 5 - 4) + 3 \cdot (4 \cdot 4 - 5 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3 + 5 - 10)] \cdot 2$
51. Να κάνετε τις πράξεις:  
 $28 \cdot 7 + 28 \cdot 3 - (2 \cdot 3 + 3 \cdot 4) \cdot [3 \cdot 5 - (5 + 2) \cdot (2 \cdot 3 - 4) + 2 \cdot 3 \cdot 5]$
52. Να υπολογίσετε το γινόμενο 66·301 και στη συνέχεια την τιμή της παράστασης:  
 $[5 \cdot (4 - 2) \cdot (3 \cdot 4 - 3 \cdot 2) + 6] \cdot [1 + 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (7 + 3)]$

53. Αν  $x + y = 5$  και  $a + \beta = 3$ , να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

α.  $x + 4 + y + 2$

γ.  $x + y + a + \beta$

β.  $2x + 2y$

δ.  $x + 2 + y + 3 + 2 \cdot (a + \beta)$

54. Αν  $a + \beta = 5$  και  $a - \beta = 1$ , να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

α.  $3a + 3\beta - 10$

γ.  $(a + \beta) \cdot (a - \beta)$

β.  $4a - 4\beta + a + \beta$

δ.  $5a + 3a - 8\beta$

55. Αν  $a + \beta = 7$ , να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$5a + 3a + 2\beta + a + 7 \cdot \beta$$

56. Αν  $a - \beta = 10$ , να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$$x = 5a - 5\beta, y = 4a + a - 2a - 3\beta \text{ και } 2x + x \cdot y + [2y + (a - \beta) \cdot 2]$$

57. Αν  $x \cdot y = 24$  και  $a + \beta = 10$ , να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$$A = x(y + 3) - 3x \quad B = x \cdot y \cdot a + x \cdot y \cdot \beta \quad \Gamma = (a + \beta + x \cdot y) \cdot [x \cdot y - (a + \beta)]$$

58. Αν  $x + y = 5$ ,  $y + z = 7$ ,  $z + \omega = 12$ , να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

α.  $x + y + z + y + \omega + z$

β.  $2x + 2y + 3y + 3z - 10(z + \omega)$

γ.  $x + 2 \cdot 3 + z + y + y + 2z + 2\omega$

59. Αν  $x = 5 \cdot (4 \cdot 3 - 2) \cdot [2 \cdot 6 - 3 \cdot (1 + 2)] - 2 \cdot 7 \cdot 10$ ,  $y = 2 \cdot x \cdot [x - 3 \cdot (2 \cdot 3 - 4)] - 7 \cdot x$ , να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$[2 \cdot (x + y) - 2 \cdot 3 \cdot 5] \cdot [x \cdot y - x \cdot (5 + 4)]$$

### Προβλήματα

60. Ο Γιάννης έχει στο πορτοφόλι του τρία χαρτονομίσματα των 100 ευρώ, 5 των 50 ευρώ, 4 των 10 ευρώ και 3 των 5 ευρώ. Να γράψετε μια αριθμητική παράσταση η οποία εκφράζει τα χρήματα που έχει ο Γιάννης και να υπολογίσετε την τιμή της.

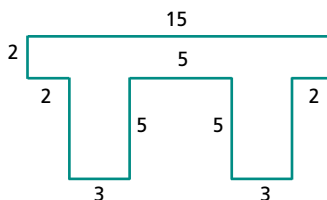
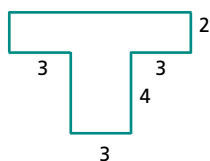
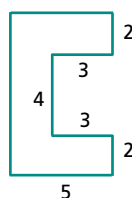
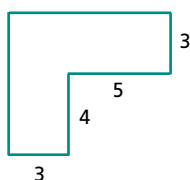
61. Θέλουμε να αγοράσουμε 3 παντελόνια των 67 ευρώ το καθένα, 6 πουκάμισα των 42 ευρώ το καθένα, 3 ζώνες των 25 ευρώ τη μία και 4 μπλούζες των 17 ευρώ τη μία. Να γράψετε μια αριθμητική παράσταση η οποία εκφράζει τα χρήματα που πρέπει να πληρώσουμε συνολικά και να τα υπολογίσετε.

62. Ο Νίκος διαθέτει 400 ευρώ και θέλει να αγοράσει προϊόντα που κοστίζουν σε ευρώ:

$$35, 46, 134, 58 \text{ και } 96$$

Να στρογγυλοποιήσετε τις παραπάνω τιμές στην πλησιέστερη δεκάδα και να εκτιμήσετε αν του φτάνουν τα χρήματα που έχει.

63. Μια θεατρική παράσταση την παρακολούθησαν 87 άντρες, 95 γυναίκες και 62 παιδιά. Αν το θέατρο έχει 250 θέσεις, να βρείτε πόσες θέσεις έμειναν κενές.
64. Ο Γιώργος γεννήθηκε το 1999 και είναι 27 χρόνια μικρότερος από τον πατέρα του. Να βρείτε πόσων χρονών ήταν το 2018:  
 α. ο Γιώργος β. ο πατέρας του
65. Ο Νίκος θέλει να αγοράσει 3 μπάλες ποδοσφαίρου αξίας 15 ευρώ η μία, 2 μπάλες μπάσκετ αξίας 27 ευρώ η μία και 12 μπαλάκια τένις αξίας 3 ευρώ η τετράδα. Αν έχει μαζί του 180 ευρώ, πόσα θα του περισσέψουν;
66. Σε ένα αρτοποιείο κατασκευάστηκαν 100 κιλά άσπρο ψωμί αξίας 140 λεπτών το ένα, 120 κιλά μαύρο ψωμί αξίας 150 λεπτών το ένα και 80 κιλά πολύσπορο αξίας 150 λεπτών το ένα. Από αυτά πουλήθηκαν κατά σειρά 80, 110 και 70 κιλά. Να βρείτε:  
 α. Τον συνολικό αριθμό των ψωμιών που έμειναν απούλητα και να τον υπολογίσετε.  
 β. Τη συνολική είσπραξη του αρτοποιείου από τα ψωμιά που πούλησε και να την υπολογίσετε.
67. Να βρείτε την περίμετρο και το εμβαδόν των επόμενων σχημάτων:



68. Ένα γκαράζ έχει 7 ορόφους και κάθε όροφος διαθέτει 30 θέσεις. Από αυτές οι 80 είναι ήδη πιασμένες. Αν πρέπει να μπουν 40 επιβατηγά που το καθένα πιάνει μία θέση, 28 ημιφορτηγά που το καθένα πιάνει δύο θέσεις, επαρκούν οι θέσεις; Αν ναι, πόσες θέσεις θα μείνουν κενές;

## ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

---

### ΘΕΜΑ 1ο

- α.** Να γράψετε την αντιμεταθετική ιδιότητα της πρόσθεσης.
- β.** Να γράψετε την επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την αφαίρεση.
- γ.** Στην αφαίρεση  $M - A = \Delta$  πώς λέγονται οι αριθμοί  $M$ ,  $A$  και  $\Delta$ ;

### ΘΕΜΑ 2ο

Να κάνετε τις πράξεις χρησιμοποιώντας την επιμεριστική ιδιότητα:

- α.**  $27 \cdot 4 + 27 \cdot 6$
- β.**  $32 \cdot 12 - 32 \cdot 2$
- γ.**  $53 \cdot 101$

### ΘΕΜΑ 3ο

Να κάνετε τις πράξεις:

- α.**  $7 + 4 \cdot 5 - 3 \cdot 6$
- β.**  $12 - 2 \cdot (14 - 2 \cdot 5) - 4$
- γ.**  $2 \cdot (4 + 3) + 3 \cdot (4 \cdot 2 + 3 \cdot 5 - 6 \cdot 2)$

### ΘΕΜΑ 4ο

Αν  $\alpha = 2 \cdot 4 + 3 \cdot (5 - 1)$  και  $\beta = \alpha - 5 \cdot (4 - 2)$ , να υπολογίσετε την παράσταση:

$$A = \alpha - 2 \cdot \beta$$



Το βιβλίο αυτό αποτελεί απαραίτητο βοήθημα για τον μαθητή της Α΄ Γυμνασίου, καθώς ανταποκρίνεται στη σύγχρονη προσέγγιση της διδασκαλίας των Μαθηματικών και στις νέες διδακτικές οδηγίες. Ακολουθεί τα κεφάλαια του σχολικού βιβλίου και καλύπτει πλήρως την ύλη του.

Κάθε μάθημα περιλαμβάνει:

- **Αναλυτική παρουσίαση της θεωρίας** με απλή και κατανοητή γλώσσα. Επεξηγούνται όλα τα θεωρητικά στοιχεία, ενώ η αφομοίωση της γνώσης επιτυγχάνεται χάρη στη χρήση πινάκων, διαγραμμάτων, σχημάτων και την αξιοποίηση πολλών εύστοχων παραδειγμάτων.
- **Ερωτήσεις θεωρίας, ασκήσεις και προβλήματα για λύση** που βοηθούν στην εμπέδωση της νέας γνώσης
- **Κριτήριο αξιολόγησης**

Στο τέλος του βιβλίου δίνονται οι απαντήσεις σε όλες τις συμπληρωματικές ασκήσεις και τα προβλήματα για λύση καθώς και στα κριτήρια αξιολόγησης. Ακολουθούν πλήρεις και αναλυτικές απαντήσεις σε όλες τις ασκήσεις και τα προβλήματα του σχολικού βιβλίου.

Από τις εκδόσεις ΜΕΤΑΙΧΜΙΟ κυκλοφορεί:

## ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ Μαθηματικά

Κωνσταντίνος Ηλιόπουλος

ISBN: 978-618-03-2293-4



9 786180 322934

ΒΟΗΘ. ΚΩΔ. ΜΗΧ/ΣΗΣ 82293