

Γιάννης Παπαθανασίου • Δημήτρης Παπαθανασίου

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ε΄ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ



**ΝΕΑ
ΕΚΔΟΣΗ**
Σύμφωνα με το
νέο σχολικό βιβλίο

ΜΕΤΑΙΧΜΙΟ 

Περιεχόμενα

Προλογικό σημείωμα.....	9
-------------------------	---

Ενότητα 1

Κεφάλαιο 1 Υπενθύμιση – Α΄ μέρος	13
Κεφάλαιο 2 Υπενθύμιση – Β΄ μέρος	23
Κεφάλαιο 3 Πώς λύνουμε ένα πρόβλημα	33
Κεφάλαιο 4 Οι φυσικοί αριθμοί	39
Κεφάλαιο 5 Αξία θέσης ψηφίου στους φυσικούς αριθμούς	47
Κεφάλαιο 6 Σύγκριση και διάταξη στους φυσικούς αριθμούς.....	55
Κεφάλαιο 7 Στρογγυλοποίηση στους φυσικούς αριθμούς.....	63
Κεφάλαια 1-7 Επαναληπτικό 1	71
Τεστ στην Ενότητα 1	80

Ενότητα 2

Κεφάλαιο 8 Η πρόσθεση και η αφαίρεση στους φυσικούς αριθμούς.....	85
Κεφάλαιο 9 Ο πολλαπλασιασμός στους φυσικούς αριθμούς	95
Κεφάλαιο 10 Πολλαπλάσια και διαιρέτες	105
Κεφάλαιο 11 Κριτήρια διαιρετότητας	115
Κεφάλαιο 12 Η διαίρεση στους φυσικούς αριθμούς	123

Κεφάλαια 8-12 Επαναληπτικό 2	133
Τεστ στην Ενότητα 2	141

Ενότητα 3

Κεφάλαιο 13 Οι κλασματικοί αριθμοί	145
Κεφάλαιο 14 Κλάσματα μεγαλύτερα της ακεραίας μονάδας	153
Κεφάλαιο 15 Το κλάσμα ως πηλίκο διαίρεσης	159
Κεφάλαιο 16 Ισοδυναμία κλασμάτων – Απλοποίηση κλασμάτων	165
Κεφάλαιο 17 Σύγκριση και διάταξη κλασμάτων	173
Κεφάλαιο 18 Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων	181
Κεφάλαιο 19 Πολλαπλασιασμός φυσικού αριθμού ή κλάσματος με κλάσμα – Αντίστροφοι αριθμοί	189
Κεφάλαιο 20 Διαίρεση κλασμάτων	195
Κεφάλαιο 21 Αναγωγή στην κλασματική μονάδα	203
Κεφάλαια 13-21 Επαναληπτικό 3	209
Τεστ στην Ενότητα 3	214

Ενότητα 4

Κεφάλαιο 22 Συλλογή, οργάνωση και αναπαράσταση δεδομένων	219
Κεφάλαιο 23 Χαρακτηριστικές τιμές δεδομένων – Μέση τιμή	227
Κεφάλαιο 24 Πιθανότητες	233
Κεφάλαια 22-24 Επαναληπτικό 4	239
Τεστ στην Ενότητα 4	243

Ενότητα 5

Κεφάλαιο 25	Δεκαδικά κλάσματα – Δεκαδικοί αριθμοί	247
Κεφάλαιο 26	Διάταξη δεκαδικών αριθμών – Αξία θέσης ψηφίου στους δεκαδικούς	255
Κεφάλαιο 27	Στρογγυλοποίηση στους δεκαδικούς αριθμούς	261
Κεφάλαιο 28	Η πρόσθεση και η αφαίρεση στους δεκαδικούς αριθμούς	267
Κεφάλαιο 29	Ο πολλαπλασιασμός στους δεκαδικούς αριθμούς	273
Κεφάλαιο 30	Η διαίρεση στους δεκαδικούς αριθμούς	279
Κεφάλαιο 31	Η έννοια του ποσοστού	287
Κεφάλαιο 32	Διαφορετικές εκφράσεις των αριθμών	293
Κεφάλαια 25-32	Επαναληπτικό 5	301
Τεστ στην Ενότητα 5	306

Ενότητα 6

Κεφάλαιο 33	Οι αρνητικοί αριθμοί	311
Κεφάλαιο 34	Γεωμετρικά και αριθμητικά μοτίβα	317
Κεφάλαιο 35	Ισότητες και ανισότητες	323
Κεφάλαια 33-35	Επαναληπτικό 6	329
Τεστ στην Ενότητα 6	333

Ενότητα 7

Κεφάλαιο 36	Μετρώ και σχεδιάζω κλίμακες	337
Κεφάλαιο 37	Προσανατολισμός στον χώρο	343
Κεφάλαιο 38	Είδη γωνιών	349
Κεφάλαιο 39	Μέτρηση γωνιών	355

Κεφάλαιο 40	Είδη τριγώνων ως προς τις γωνίες	361
Κεφάλαιο 41	Είδη τριγώνων ως προς τις πλευρές	367
Κεφάλαιο 42	Καθετότητα – Ύψη τριγώνων.....	373
Κεφάλαιο 43	Συμμετρία	379
Κεφάλαιο 44	Κύκλος – Μήκος κύκλου	385
Κεφάλαια 36-44	Επαναληπτικό 7	391
Τεστ στην Ενότητα 7	395

Ενότητα 8

Κεφάλαιο 45	Μονάδες μέτρησης μήκους	399
Κεφάλαιο 46	Γεωμετρικά σχήματα – Η περίμετρος	407
Κεφάλαιο 47	Μονάδες μέτρησης της επιφάνειας.....	413
Κεφάλαιο 48	Εμβαδό τετραγώνου, ορθογωνίου και ορθογωνίου τριγώνου	421
Κεφάλαιο 49	Γεωμετρικά στερεά – Ο όγκος.....	427
Κεφάλαιο 50	Μονάδες μέτρησης του όγκου και της χωρητικότητας	433
Κεφάλαιο 51	Μονάδες μέτρησης της μάζας.....	441
Κεφάλαιο 52	Μονάδες μέτρησης του χρόνου	449
Κεφάλαια 45-52	Επαναληπτικό 8	457
Τεστ στην Ενότητα 8	461
Γλωσσάρι μαθηματικών εννοιών	463
Απαντήσεις στις ασκήσεις και τα προβλήματα για λύση	469

Κεφάλαιο 3 Πώς λύνουμε ένα πρόβλημα

Θεωρία και παραδείγματα



Για να λύσουμε ένα **πρόβλημα**, ακολουθούμε τα παρακάτω βήματα:

1. Το διαβάζουμε πολύ καλά ώστε να το κατανοήσουμε, να καταλάβουμε τι λέει.
Ξεχωρίζουμε τα **γνωστά** στοιχεία (αυτά που γνωρίζουμε, τις πληροφορίες, τα δεδομένα) από τα **άγνωστα** (αυτά που ψάχνουμε, τις ερωτήσεις, τα ζητούμενα).
2. Ψάχνουμε **στρατηγικές-τρόπους** για να λύσουμε το πρόβλημα, **π.χ.** παρουσίαση του προβλήματος, **μοτίβο**, πιο απλό ή αντίστροφο πρόβλημα... και εργαλεία επίλυσης του προβλήματος, **π.χ.** σχέδιο, πίνακας, διάγραμμα... Κάθε φορά επιλέγουμε την καλύτερη (την πιο εύκολη ή πιο προσιτή για μας).
3. Βρίσκουμε **τις πράξεις** που θα εκτελέσουμε, **π.χ.** μία πρόσθεση και δύο διαιρέσεις, και **τη σειρά εκτέλεσης**, **π.χ.** πρώτα τις δύο διαιρέσεις και μετά την πρόσθεση.
4. Λύνουμε το πρόβλημα, **π.χ.** κάνουμε τις δύο διαιρέσεις και την πρόσθεση.
5. Απαντούμε στο ερώτημα του προβλήματος. (**π.χ.** Πλήρωσε συνολικά...)
6. Ελέγχουμε την απάντησή μας, **π.χ.** αν το αποτέλεσμα είναι λογικό, οι πράξεις σωστές, το αποτέλεσμα ακριβές και η απάντηση σαφής.

Πρόβλημα

Σ' ένα Γυμνάσιο η Β' τάξη έχει 5 μαθητές περισσότερους από τη Γ' και 10 μαθητές λιγότερους από την Α' τάξη. Πόσους μαθητές έχει συνολικά το Γυμνάσιο, αν οι μαθητές της Β' τάξης είναι 70;

Βήματα εργασίας

- 1) Διαβάζουμε πολύ καλά το πρόβλημα για να το κατανοήσουμε.
Ξεχωρίζουμε τα **γνωστά** στοιχεία (δεδομένα) από τα **άγνωστα** (ζητούμενα):

Γνωστά στοιχεία (δεδομένα)	Άγνωστα στοιχεία (ζητούμενα)
$H B'$ τάξη έχει 70 μαθητές. $H A'$ έχει 10 περισσότερους από τη B' . $H \Gamma'$ έχει 5 λιγότερους από τη B' .	Οι μαθητές της A' και της Γ' . Ο συνολικός αριθμός των μαθητών.

- 2) Ψάχνουμε στρατηγικές (τρόπους) επίλυσης του προβλήματος και επιλέγουμε κάθε φορά αυτή που θεωρούμε καλύτερη (πιο εύκολη ή πιο προσιτή για μας).

Πίνακας

A'	$B + 10$
B'	70
Γ'	$B - 5$
Σύνολο	(;)

- 3) Βρίσκουμε τις μαθηματικές σχέσεις των γνωστών στοιχείων, τις πράξεις που θα εκτελέσουμε καθώς και τη σειρά εκτέλεσης.

$$B' \rightarrow 70 \text{ μαθητές} \quad A' \rightarrow 70 + 10 \text{ μαθητές} \quad \Gamma' \rightarrow 70 - 5 \text{ μαθητές}$$

Θα κάνουμε πρώτα μία **πρόσθεση** και μία **αφαίρεση** για να βρούμε τους μαθητές της A' και της Γ' τάξης και μετά μία **πρόσθεση** για να βρούμε το σύνολο.

- 4) Λύνουμε το πρόβλημα.

$$70 + 10 = 80$$

$$70 - 5 = 65$$

$$80 + 70 + 65 = 215 \text{ μαθητές}$$

- 5) Απαντούμε στο ερώτημα του προβλήματος.

Το Γυμνάσιο έχει συνολικά 215 μαθητές.

- 6) Ελέγχουμε την απάντησή μας.

- Κατ' αρχάς, το αποτέλεσμα **215** είναι λογικό. Αφού η μία τάξη έχει 70 μαθητές και οι άλλες δύο έχουν λίγο πάνω ή λίγο κάτω από 70, οι τρεις μαζί θα έχουν περίπου $3 \times 70 = 210$.
- Οι πράξεις είναι σωστές, άρα το αποτέλεσμα είναι ακριβές.
- Η απάντηση είναι σαφής.

Απαντήσεις στις ασκήσεις του σχολικού βιβλίου

◆ Εφαρμογή (σελ. 12)

Να λύσετε το παραπάνω πρόβλημα χρησιμοποιώντας τετραγωνισμένο χαρτί. [...]

Από το σχέδιο στο τετραγωνισμένο χαρτί φαίνεται ότι το κατάστημα πούλησε **80** μπάλες του βόλεϊ και **40** μπάλες του ποδοσφαίρου.

▣ Αναστοχασμός (σελ. 12)

1. Ο Νίκος στο ίδιο πρόβλημα έγραψε την απάντηση: «Το κατάστημα πούλησε 80 και 40». Εξηγούμε γιατί είναι λανθασμένη η απάντησή του.

Η απάντηση του Νίκου είναι λανθασμένη, γιατί δεν είναι σαφής. (Δεν αναφέρει σε ποιες μπάλες αντιστοιχεί ο κάθε αριθμός.)

2. Συζητάμε γιατί σε κάθε πρόβλημα γράφουμε τη λύση και την απάντησή του. Γράφουμε τη λύση του προβλήματος γιατί έτσι έχουμε περισσότερες πιθανότητες να λύσουμε σωστά και με ακρίβεια. Γράφουμε την απάντηση για να ελέγχουμε αν είμαστε σαφείς ως προς το ερώτημα ή τα ερωτήματα.
3. Η Αγγελική υποστηρίζει ότι ο τρόπος με τον οποίο λύνουμε τα προβλήματα στα Μαθηματικά μάς βοηθά να λύσουμε και τα προβλήματα που συναντάμε στη ζωή μας. Συμφωνείτε μαζί της; Ναι ή όχι και γιατί;
Συμφωνούμε, γιατί και στην καθημερινή μας ζωή αντιμετωπίζουμε προβλήματα στα οποία πρέπει να βρούμε λύσεις. Κάθε φορά έχουμε τα δεδομένα τα οποία με την κατάλληλη ανάλυση και επεξεργασία θα μας οδηγήσουν στη λύση.

Απαντήσεις στις ασκήσεις του τετραδίου εργασιών

1ο Πρόβλημα

Να συμπληρώσεις τις φράσεις που λείπουν στο παρακάτω Φύλλο Εργασίας:

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Μια οικογένεια αγόρασε [...]. Πόσα € πλήρωσε συνολικά;

1. **Διαβάζουμε προσεκτικά το πρόβλημα, έτσι ώστε να διακρίνουμε:**

Τι προσπαθούμε να βρούμε;	Τι γνωρίζουμε;
Πόσα € πλήρωσε συνολικά;	εφηβικό 275 €, παιδικό 129 €

2. **Στρατηγικές επίλυσης του προβλήματος.**
3. **Λύνουμε το πρόβλημα.**
4. **Απαντάμε στο πρόβλημα:** Πλήρωσε συνολικά 404 €.
5. **Ελέγχουμε την απάντηση:** Το αποτέλεσμα είναι κοντά στον αρχικό μου υπολογισμό και είναι λογικό.

2ο Πρόβλημα

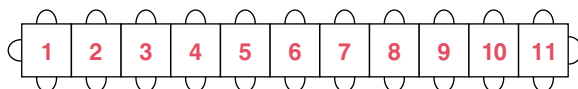
Στο πάρτι γενεθλίων της Δανάης οι φίλες και οι φίλοι της κάθονται σε τραπέζια που έχουν σχήμα τετραγώνου. [...] πόσα τραπέζια χρειάζεται να μπουν το ένα δίπλα στο άλλο, έτσι ώστε να καθίσουν τα 23 παιδιά που έχει καλέσει η Δανάη στο πάρτι της και η ίδια.

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ**1. Διαβάζουμε προσεκτικά το πρόβλημα και διακρίνουμε:**

Τι προσπαθούμε να βρούμε;	Τι γνωρίζουμε;
Πόσα τραπέζια, το ένα δίπλα στο άλλο, θα χρειαστούν για να καθίσουν όλα τα παιδιά;	<ul style="list-style-type: none"> Όλα τα παιδιά είναι $23 + 1 = 24$. Σε 1 τραπέζι κάθονται 4 παιδιά, σε 2 τραπέζια κάθονται 6 παιδιά.

2. Στρατηγική επίλυσης του προβλήματος:

Σχεδιάζω βάζοντας τα τραπέζια το ένα δίπλα στο άλλο.

**3. Λύνουμε το πρόβλημα:**

Αφού τα τραπέζια είναι το ένα δίπλα στο άλλο (παραπάνω εικόνα) άρα εκτός από το πρώτο και το τελευταίο στα οποία θα καθίσουν από 3 παιδιά, σε καθένα από τα υπόλοιπα θα καθίσουν από 2 παιδιά. Επομένως:

$$2 \text{ τραπέζια} \times 3 \text{ παιδιά} = 6 \text{ παιδιά}$$

$$24 \text{ παιδιά} - 6 \text{ παιδιά} = 18 \text{ παιδιά}$$

$$18 \text{ παιδιά} : 2 \text{ παιδιά} = 9 \text{ τραπέζια}$$

Οπότε θα χρειαστούν $2 + 9 = 11$ τραπέζια.

4. Απάντηση:

Θα χρειαστούν συνολικά 11 τραπέζια.

5. Ελέγχουμε την απάντηση:

Το αποτέλεσμα είναι λογικό και σωστό.

Διερεύνηση – Επέκταση

Ο Νίκος έχει στη συλλογή των παιχνιδιών του αυτοκίνητα και ποδήλατα, που είναι συνολικά 24 κι έχουν όλα μαζί 62 ρόδες. Να βρεις πόσα αυτοκίνητα και πόσα ποδήλατα έχει.

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

1. Διαβάζουμε προσεκτικά το πρόβλημα και διακρίνουμε:

Τι προσπαθούμε να βρούμε;	Τι γνωρίζουμε;
Πόσα αυτοκίνητα και πόσα ποδήλατα έχει στη συλλογή του ο Νίκος;	<ul style="list-style-type: none"> • Συνολικά τα αυτοκίνητα και τα ποδήλατα είναι 24. • Όλα μαζί τα παιχνίδια έχουν 62 ρόδες.

2. Στρατηγική επίλυσης:

Δοκιμάζω, ελέγχω, αναθεωρώ (φτιάχνω πίνακες).

Ποδήλατα	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Ρόδες	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40

Αυτοκίνητα	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Ρόδες	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56

3. Κάθε ποδήλατο έχει 2 ρόδες και κάθε αυτοκίνητο έχει 4 ρόδες. Αν όλα τα παιχνίδια ήταν ποδήλατα, θα είχαν 24×2 ρόδες = 48 ρόδες. Άρα δεν έχουμε 62 ρόδες. Μας λείπουν ακόμα $62 - 48 = 14$ ρόδες. Οι 14 ρόδες ανήκουν σε $14 : 2 = 7$ αυτοκίνητα (οι άλλες 2 από τις 4 ρόδες των αυτοκινήτων υπολογίστηκαν με τα ποδήλατα). Επομένως τα αυτοκίνητα είναι 7 και τα ποδήλατα $24 - 7 = 17$.

4. Απάντηση:

Τα αυτοκίνητα είναι 7 και τα ποδήλατα 17.

5. Ελέγχουμε την απάντηση:

Το αποτέλεσμα λογικό γιατί $7 \times 4 = 28$ και $17 \times 2 = 34$, $28 + 34 = 62$ ρόδες.

Ασκήσεις και προβλήματα για λύση



1. Ένας παραγωγός πούλησε στη λαϊκή αγορά 506 κιλά μήλα και 95 κιλά λιγότερα αχλάδια. Πόσα κιλά φρούτα πούλησε συνολικά;

Γνωστά στοιχεία (δεδομένα)

Άγνωστα στοιχεία (ζητούμενα)

.....

.....

Στρατηγική επίλυσης – Εργαλεία

Πίνακας

μήλα κιλά
αχλάδια	(..... –) κιλά
Σύνολο	(;)

Στρογγυλοποίηση

Τα μήλα είναι περίπου κ.

Τα αχλάδια είναι περίπου κ. λιγότερα,
δηλαδή – = κ.

Συνολικά είναι περίπου + = κ.

Λύση του προβλήματος – Πράξεις

Θα κάνω μία για να βρω πόσα κιλά είναι τα αχλάδια
και μετά μία για να βρω πόσα κιλά είναι συνολικά.

Απάντηση

.....
.....

Έλεγχος της απάντησης

.....
.....

- Ένας άλλος παραγωγός πούλησε 25 τελάρα πορτοκάλια των 18 κιλών, 9 τελάρα λεμόνια των 20 κιλών και 16 τελάρα μανταρίνια των 22 κιλών. Πόσα κιλά πούλησε συνολικά;
- Για την κατασκευή ενός έργου δαπανήθηκαν 123.000 €. Η μελέτη και επίβλεψη του έργου κόστισαν 21.375 € και η κατασκευή του (υλικά και εργατικά) 72.845 €. Πόσο ήταν το κέρδος της κατασκευαστικής εταιρείας;
- Ο Θανάσης έχει στο ταμείο της τάξης 15 ευρώ σε κέρματα του ενός ευρώ και των πενήντα λεπτών. Τα κέρματα του ενός ευρώ είναι λιγότερα από 10 και των πενήντα λεπτών είναι λιγότερα από 20. Πόσα κέρματα μπορεί να είναι από το καθένα;
- Τρεις δεξαμενές πετρελαίου περιέχουν αντίστοιχα: η α' 272.500 λίτρα, η β' 267.900 λίτρα και η γ' τα διπλάσια λίτρα της α'. Πόσα βαρέλια των 200 λίτρων γεμίζει όλο το πετρέλαιο;

Κεφάλαιο 4 Οι φυσικοί αριθμοί

Θεωρία και παραδείγματα



Φυσικοί αριθμοί είναι οι αριθμοί 0, 1, 2, 3, 4, ..., 100, 101, ..., 1999, 2000, ... και εκφράζουν (εκτός από το **0**) μια ποσότητα ολόκληρων μονάδων.

Π.χ. 6 τάξεις, 19 δάσκαλοι, 208 μαθητές

- Δημιουργούνται όλοι με τα **δέκα** ψηφία: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9** (επιλέγουμε όσα και όποια ψηφία θέλουμε, τα βάζουμε με όποια σειρά θέλουμε και τα χρησιμοποιούμε όσες φορές θέλουμε το καθένα).

Π.χ. 5.604 ή 4.560 ή 4.065 ή ... και 5.500 ή 5.055 ή ...

- Χωρίζονται σε **άρτιους** ή **ζυγούς** (όσοι λήγουν σε 0, 2, 4, 6, 8) και **περιττούς** ή **μονούς** (όσοι λήγουν σε 1, 3, 5, 7, 9).

Π.χ. 54, 798, 2000 (άρτιοι) και 65, 261, 1999 (περιττοί)

- Κάθε φυσικός αριθμός έχει κάποιον **προηγούμενο** φυσικό αριθμό (εκτός από το **0**) που προκύπτει αν του αφαιρέσουμε μία μονάδα και κάποιον **επόμενο** που προκύπτει αν του προσθέσουμε μία μονάδα.

Π.χ. 0, 1, ... και ..., 869, **870**, 871, ...

- Ο **μικρότερος** φυσικός αριθμός είναι το **0**, ενώ **μεγαλύτερος** δεν υπάρχει (αφού για κάθε φυσικό αριθμό υπάρχει κάποιος επόμενος).

Π.χ. 678.139 → 678.140

Εξετάζουμε όσα πρέπει να ξέρουμε

- Η μητέρα πλήρωσε με ένα χαρτονόμισμα των **100 €**.
- Το αποτέλεσμα του αγώνα είναι **0-0**.
- Σε $\frac{1}{4}$ της ώρας σχολάμε!
- Ο καλύτερος παίκτης φοράει το **νούμερο 34**.
- Το βιβλίο κοστίζει **9,99 €**.
- Πολύ κρύο σήμερα! **-5 °C**.

- 1) – Είναι όλοι οι παραπάνω φυσικοί αριθμοί;
 - ▶ Όχι.
 - Ποιοι από αυτούς δεν είναι φυσικοί αριθμοί;
 - ▶ Το $\frac{1}{4}$, το 9,99 και το -5.
 - Γιατί;
 - ▶ Γιατί το $\frac{1}{4}$ είναι κλάσμα, το 9,99 δεκαδικός και το -5 αρνητικός αριθμός.

- 2) – Ποια είναι τα ψηφία που μπορούμε να πληκτρολογήσουμε κάθε φορά στο κινητό τηλέφωνο για να επικοινωνήσουμε με κάποιον;
 - ▶ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
 - Πόσα ψηφία πληκτρολογούμε για να καλέσουμε κάποιον σε κινητό τηλέφωνο;
 - ▶ 10 ψηφία.

- 3) – Με τα περιττά (μονά) ψηφία να σχηματίσεις τον μεγαλύτερο δυνατό φυσικό αριθμό, χρησιμοποιώντας μόνο μία φορά το καθένα;
 - ▶ Ψηφία: 1, 3, 5, 7, 9 → αριθμός: 97.531
 - Με τα άρτια (ζυγά) ψηφία να σχηματίσεις τον μικρότερο δυνατό φυσικό αριθμό, χρησιμοποιώντας μόνο μία φορά το καθένα;
 - ▶ Ψηφία: 0, 2, 4, 6, 8 → αριθμός: 20.468

- 4) – Υπάρχει αρχή και τέλος στους φυσικούς αριθμούς;
 - ▶ Αρχή, ναι (το 0). Τέλος, όχι (γιατί κάθε φυσικός έχει έναν επόμενο).

- 5) – Ποιους άρτιους τριψήφιους φυσικούς αριθμούς μπορούμε να σχηματίσουμε με τα ψηφία 0, 3 και 5;
 - ▶ 300, 330, 350, 500, 530 και 550. (το 0 πρέπει να είναι πάντα στη θέση των μονάδων για να προκύπτει άρτιος)
 - Αν προσθέσουμε 5 στον αριθμό 97, θα προκύψει άρτιος ή περιττός αριθμός;
 - ▶ Άρτιος (102).
 - Είναι ο προηγούμενος του 7.601 και ο επόμενος του 7.599 ο ίδιος φυσικός αριθμός;
 - ▶ Ναι ($7.601 - 1 = 7.600$ και $7.599 + 1 = 7.600$).

Απαντήσεις στις ασκήσεις του σχολικού βιβλίου

⊙ Διερεύνηση (σελ. 13)

- Εξετάζουμε ποιοι από τους παραπάνω αριθμούς είναι φυσικοί αριθμοί και δικαιολογούμε την απάντησή μας.

Φυσικοί αριθμοί είναι: 21 μαθητές και μαθήτριες, 13 μαθήματα, 6 εκπαιδευτικοί, σε χρόνο 0, γιατί φυσικοί είναι οι αριθμοί 0, 1, 2, 3, 4, ..., 99, 100, 101, ..., 999, 1.000, 1.001, ...

Αναγνωρίζουμε τη συσκευή που δείχνει η κάθε εικόνα και παρατηρούμε τα πληκτρολόγια τους.

1. Πόσα πλήκτρα με αριθμούς έχει το πληκτρολόγιο κάθε συσκευής; **10 πλήκτρα.**
2. Ποια είναι και πώς ονομάζουμε τα σύμβολα που χρησιμοποιούμε για να γράψουμε τους φυσικούς αριθμούς; **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 και ονομάζονται ψηφία.**
3. Στην αριθμομηχανή τσέπης της διπλανής εικόνας έχουν σβηστεί τα ψηφία από ορισμένα πλήκτρα. Χρησιμοποιούμε μόνο μία φορά κάθε ψηφίο από αυτά που δεν έχουν σβηστεί και γράφουμε:
 - τον μεγαλύτερο φυσικό αριθμό: **9.864.321.**
 - τον μικρότερο φυσικό αριθμό: **1.234.689.**

- Συζητάμε ποιος είναι ο μικρότερος φυσικός αριθμός και γιατί δεν υπάρχει ο μεγαλύτερος φυσικός αριθμός.

Ο μικρότερος φυσικός αριθμός είναι το μηδέν (0) και δεν υπάρχει ο μεγαλύτερος φυσικός αριθμός γιατί για κάθε φυσικό αριθμό υπάρχει ο επόμενός του.

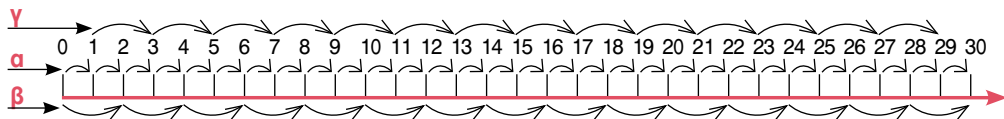
◇ Εφαρμογή (σελ. 14)

Να βρείτε τη σχέση με την οποία δημιουργείται κάθε αριθμητικό μοτίβο και να συμπληρώσετε τους αριθμούς που λείπουν. Έπειτα να δείξετε τη σχέση αυτή για κάθε αριθμητικό μοτίβο στην αριθμογραμμή.

- a. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21.
- β. 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32.
- γ. 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31.

Σε καθένα από τα παραπάνω αριθμητικά μοτίβα εξετάζουμε τη σχέση την οποία έχει ο δεύτερος αριθμός με τον πρώτο, ο τρίτος με τον δεύτερο κ.ο.κ. Έτσι έχουμε:

- a. $1 = 0 + 1, 2 = 1 + 1, 3 = 2 + 1, \dots$
- β. $2 = 0 + 2, 4 = 2 + 2, 6 = 4 + 2, \dots$
- γ. $3 = 1 + 2, 5 = 3 + 2, 7 = 5 + 2, \dots$



▣ Αναστοχασμός (σελ. 14)

- Ο επόμενος φυσικός αριθμός του 1.000 είναι ο:
 - 1.010
 - 1.001**
 - 1.100
- Ο προηγούμενος αριθμός του 10.000.000 είναι ο:
 - 99.999.999
 - 9.999.999**
 - 9.099.000
- Η Αγγελική υποστηρίζει ότι, αν ένας φυσικός αριθμός γράφεται χρησιμοποιώντας μόνο το ψηφίο 9, τότε ο επόμενός του έχει ένα παραπάνω ψηφίο. Έχει δίκιο η Αγγελική;

Ναι, έχει δίκιο γιατί ο επόμενος του 9 είναι το 10 ($9 + 1$), ο επόμενος του 99 είναι το 100 ($99 + 1$), του 999 το 1.000 ($999 + 1$) ...
- Γράφουμε έναν φυσικό αριθμό κι εξηγούμε πώς βρίσκουμε τον προηγούμενο και τον επόμενό του.

Π.χ. Ο αριθμός 329 έχει προηγούμενο τον 328 ($329 - 1$) και επόμενο τον αριθμό 330 ($329 + 1$).

Απαντήσεις στις ασκήσεις του τετραδίου εργασιών



1η Άσκηση

Να συμπληρώσεις τον παρακάτω πίνακα:

Προηγούμενος φυσικός αριθμός	Φυσικός αριθμός	Επόμενος φυσικός αριθμός
78.900	78.901	78.902
479.168	479.169	479.170
8.367.029	8.367.030	8.367.031
63.156.998	63.156.999	63.157.000
999.999.999	1.000.000.000	1.000.000.001

2η Άσκηση

Να συμπληρώσεις τους παρακάτω πίνακες:

Ο μικρότερος φυσικός αριθμός που είναι:	
διψήφιος	10
τετραψήφιος	1.000
εννιάψήφιος	100.000.000

Ο μεγαλύτερος φυσικός αριθμός που είναι:	
τριψήφιος	999
εξαψήφιος	999.999
δεκαψήφιος	9.999.999.999

Να διαβάσεις τους αριθμούς που έγραψες.

- Διαβάζω τους αριθμούς που έγραψα:
10 → δέκα **1.000** → χίλια
100.000.000 → εκατό εκατομμύρια
999 → εννιακόσια ενενήντα εννιά
999.999 → εννιακόσιες ενενήντα εννιά χιλιάδες εννιακόσια ενενήντα εννιά
9.999.999.999 → εννιά δισεκατομμύρια εννιακόσια ενενήντα εννιά εκατομμύρια εννιακόσιες ενενήντα εννιά χιλιάδες εννιακόσια ενενήντα εννιά

Τι παρατηρείς σε κάθε πίνακα;

- Στον πίνακα με τους μικρότερους φυσικούς αριθμούς, παρατηρώ ότι σχηματίζονται όλοι με το ψηφίο 1 στην πρώτη από τα αριστερά θέση και με το ψηφίο μηδέν (0) σε όλες τις υπόλοιπες θέσεις.
 Στον πίνακα με τους μεγαλύτερους φυσικούς αριθμούς, παρατηρώ ότι σχηματίζονται όλοι με το ψηφίο 9 σε όλες τις θέσεις.

3η Άσκηση

Να συμπληρώσεις τον πίνακα:

Γραφή αριθμού με ψηφία	Γραφή αριθμού με λέξεις	Γραφή αριθμού με ψηφία και με λέξεις
963.000	εννιακόσιες εξήντα τρεις χιλιάδες	963 χιλιάδες
1.200.000	ένα εκατομμύριο διακόσιες χιλιάδες	1 εκατομμύριο 200 χιλιάδες
3.100.000	τρία εκατομμύρια εκατό χιλιάδες	3 εκατομμύρια 100 χιλιάδες

4η Άσκηση

Να συμπληρώσεις τα αριθμητικά μοτίβα:

- α. 175, 186, 197, **208**, **219**, **230**, **241**, 252. **+ 11**
- β. 350.086, 375.086, 400.086, **425.086**, **450.086**, **475.086**, **500.086**, 525.086. **+ 25.000**

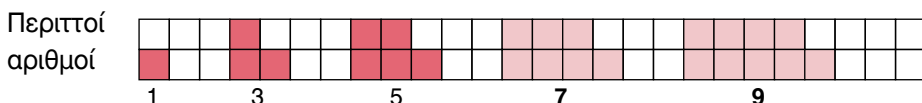
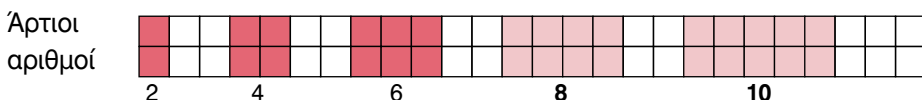
1ο Πρόβλημα

Να παρατηρήσεις στον διπλανό χάρτη τους αριθμούς των κτιρίων στις διάφορες οδούς.

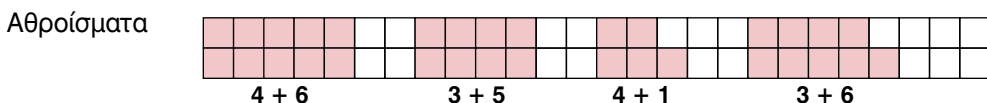
1. Αναγνωρίζεις πώς έχει γίνει η αρίθμησή τους;
Από τη μια πλευρά των οδών υπάρχουν τα κτίρια με άρτιους αριθμούς σε αύξουσα σειρά και από την άλλη με περιττούς σε αύξουσα σειρά.
2. Να βρεις στον χάρτη και να γράψεις:
 - τον μεγαλύτερο άρτιο αριθμό: **36**.
 - τον μεγαλύτερο περιττό αριθμό: **39**.

Διερεύνηση – Επέκταση

Να παρατηρήσεις στα παρακάτω σχήματα πώς σχηματίζεται κάθε αριθμός από τον προηγούμενό του. Να σχεδιάσεις, με τον ίδιο τρόπο, τα υπόλοιπα σχήματα για τους φυσικούς αριθμούς ως το 10.



Να σχεδιάσεις τα σχήματα των αθροισμάτων: $4 + 6$, $3 + 5$, $4 + 1$ και $3 + 6$



Συζητάμε στην τάξη αν είναι άρτιος ή περιττός αριθμός καθένα από τα παρακάτω αθροίσματα:

- α. άρτιος + άρτιος = **άρτιος**, π.χ. $4 + 2 = 6$.
- β. περιττός + περιττός = **άρτιος**, π.χ. $5 + 3 = 8$.
- γ. άρτιος + περιττός = **περιττός**, π.χ. $4 + 3 = 7$.

Ασκήσεις και προβλήματα για λύση



1. Χρησιμοποιώντας τα ψηφία 1, 3, 6 και 9 μόνο μία φορά σε κάθε αριθμό, να γράψεις όλους τους άρτιους φυσικούς αριθμούς που σχηματίζονται:

.....
Πόσους αριθμούς έχεις σχηματίσει;

Ποιο είναι το ψηφίο των μονάδων σε όλους;

2. Να συμπληρώσεις τον φυσικό αριθμό που ταιριάζει σε κάθε φράση.
 - Ο μεγαλύτερος άρτιος τριψήφιος →

- Ο μικρότερος περιττός τετραψήφιος →
- Ο μικρότερος άρτιος πενταψήφιος →
- Ο μεγαλύτερος περιττός πενταψήφιος →
- Ο μικρότερος περιττός εξαψήφιος →
- Ο μικρότερος άρτιος επταψήφιος →

3. Να βρεις τον προηγούμενο και τον επόμενο κάθε φυσικού αριθμού.

προηγούμενος (-1)	φυσικός αριθμός	επόμενος (+1)
.....	36.840
.....	161.209
.....	7.582.100
.....	64.035.701
.....	999.999.999

4. Να γράψεις και να διαβάσεις τους παρακάτω φυσικούς αριθμούς.

- Τριακόσιες πενήντα τρεις χιλιάδες δώδεκα →
- Δύο εκατομμύρια εννιακόσιες έξι χιλιάδες εκατόν σαράντα →
- Έντεκα εκατομμύρια εξήντα οκτώ χιλιάδες τριακόσια επτά →
- 498.215 →
- 1.280.510 →
- 22.101.802 →

5. α) Να συμπληρώσεις το παρακάτω μοτίβο, προσθέτοντας κάθε φορά τον μεγαλύτερο άρτιο μονοψήφιο φυσικό αριθμό.

168								240
-----	--	--	--	--	--	--	--	-----

β) Να συμπληρώσεις το παρακάτω μοτίβο, προσθέτοντας κάθε φορά τον μικρότερο περιττό τριψήφιο φυσικό αριθμό.

2.593								3.300
-------	--	--	--	--	--	--	--	-------

6. Ποιος είναι ο πενταψήφιος φυσικός αριθμός που...

- ...είναι άρτιος χωρίς μονάδες.
- ...έχει στις μονάδες χιλιάδων το ψηφίο 7.
- ...το πρώτο ψηφίο είναι το μικρότερο δυνατό.
- ...έχει στις δεκάδες το μεγαλύτερο άρτιο ψηφίο.
- ...οι εκατοντάδες είναι μισές από τις δεκάδες.

ΔΧ	ΜΧ	Ε	Δ	Μ

7. α) Ποιος είναι ο αριθμός που θα προκύψει, αν προσθέσουμε τον μικρότερο και τον μεγαλύτερο άρτιο τετραψήφιο φυσικό αριθμό;
- Είναι άρτιος ή περιττός;
- Πόσα ψηφία έχει;
- β) Ποιος είναι ο αριθμός που θα προκύψει, αν προσθέσουμε τον μικρότερο και τον μεγαλύτερο περιττό πενταψήφιο φυσικό αριθμό;
- Είναι άρτιος ή περιττός;
- Πόσα ψηφία έχει;
- γ) Ποιος είναι ο αριθμός που θα προκύψει, αν προσθέσουμε τον μεγαλύτερο πενταψήφιο άρτιο και τον μικρότερο εξαψήφιο περιττό φυσικό αριθμό;
- Είναι άρτιος ή περιττός;
- Πόσα ψηφία έχει;

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
στις ασκήσεις
και τα προβλήματα
για λύση

Κεφάλαιο 2 Υπενθύμιση - Β' μέρος

Θεωρία και παραδείγματα

4) Μήκος

Π.χ. Έχει μήκος: 4 εκ. Περίμετρος ορθογωνίου: $3 + 1 + 3 + 1 = 12$ εκ.

Επιφάνεια

Π.χ. Εμβαδό τετραγώνου: $2 \times 2 = 4$ τ.εκ. Εμβαδό ορθογωνίου: $3 \times 1 = 3$ τ.εκ.

Χρόνος

Π.χ. Σε 1 ώρα και 20 λεπτά το ρολόι θα δείχνει **11:30 (έντεκα και μισή)**
Πριν από 1 ώρα και 20 λεπτά το ρολόι έδειχνε **08:50 (εννέα παρά δέκα)**

Βάρος


Π.χ. Το βάρος μου είναι περίπου **36*** κιλά.
Η τσάντα μου ζυγίζει **6*** κιλά και **400*** γραμμάρια. (*ΣΗΜ.: ενδεικτικά νούμερα)

Χωρητικότητα

Π.χ. Ένα μπουκάλι γάλα περιέχει συνήθως **1** λίτρο.
Ένα ποτήρι χωράει περίπου $\frac{1}{4}$ του λίτρου, δηλαδή **250** χιλιοστά του λίτρου.

Ασκήσεις και προβλήματα

1.

				
Έχει όλες τις πλευρές ίσες.	X		X	
Έχει όλες τις γωνίες ορθές.	X	X		
Έχει τις απέναντι πλευρές παράλληλες.	X	X	X	X
Έχει μόνο τις απέναντι γωνίες ίσες.			X	X
Έχει μόνο τις απέναντι πλευρές ίσες.		X		X

2. Περίμετρος: $4 + 6 + 4 + 6 = 20$ εκ. Εμβαδό: $4 \times 6 = 24$ τ. εκ.

3. α) μήκος $\rightarrow 1,20$ μ. ή 12 δέκ. ή 1.200 χιλ.
πλάτος $\rightarrow 0,40$ μ. ή 4 δέκ. ή 400 χιλ.

β) $120 \times 40 = 4.800$ τ. εκ. ή $12 \times 4 = 48$ τ. δέκ.

4. α) $16 \times 16 = 256$ τ. μ.

β) Η μεγάλη πλευρά είναι 16 μ., άρα η μικρή είναι (μισή) 8 μ.

Οπότε 4×16 μ. = 64 μ. και 8×8 μ. = 64 μ. $64 + 64 = 128$ μ. ή
 $16 + 8 + 8 + 16 + 8 + 8 + 16 + 8 + 8 + 16 + 8 + 8 = 128$ μ.

Απάντηση

Ο παραγωγός πούλησε συνολικά 907 κιλά φρούτα.

Έλεγχος της απάντησης

Το αποτέλεσμα είναι λογικό, οι πράξεις σωστές και η απάντηση σαφής.

2. Πορτοκάλια	Λεμόνια	Μανταρίνια	ΣΥΝΟΛΟ
25		16	450
$\times 18$	$9 \times 20 = 180 \text{ κ.}$	$\times 22$	180
<u>200</u>		<u>32</u>	<u>+ 352</u>
+ 25		+ 32	982 κ.
<u>450 κ.</u>		<u>352 κ.</u>	

Ο παραγωγός πούλησε συνολικά 982 κιλά.

3.	21.375	123.000
	+ 72.845	- 94.220
	<u>94.220 €</u>	<u>28.780 €</u>

Το κέρδος της εταιρείας ήταν 28.780 €.

4. Τα κέρματα του 1 € μπορεί να είναι: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
Τα κέρματα των 50 λ. μπορεί να είναι: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 (ζυγά, για να κάνουν €)

Οι συνδυασμοί που σχηματίζουν το ποσό (15 €) είναι οι εξής:

$6 \text{ €} + 18 \text{ €}$	$7 \text{ €} + 16 \text{ €}$	$8 \text{ €} + 14 \text{ €}$	$9 + 12 \text{ €}$
$6 \text{ €} + 9 \text{ €} = 15 \text{ €}$	$7 \text{ €} + 8 \text{ €} = 15 \text{ €}$	$8 \text{ €} + 7 \text{ €} = 15 \text{ €}$	$9 \text{ €} + 6 \text{ €} = 15 \text{ €}$

5. $\gamma' \rightarrow 272.500 \times 2 = 545.000 \text{ λ.}$

272.500	1.085.400	200
267.900	- 10	<u>5417</u>
+ 545.000	<u>08</u>	
<u>1.085.400</u>	- 8	
	<u>05</u>	
	- 4	
	<u>14</u>	
	- 14	
	<u>00</u>	

Το πετρέλαιο γεμίζει 5.417 βαρέλια.



Το βιβλίο αυτό αποτελεί απαραίτητο βοήθημα για τον μαθητή της Ε΄ Δημοτικού, καθώς ανταποκρίνεται στη σύγχρονη προσέγγιση της διδασκαλίας των Μαθηματικών και στις νέες διδακτικές οδηγίες. Είναι οργανωμένο σε ενότητες και ακολουθεί τα μαθήματα του νέου σχολικού βιβλίου καλύπτοντας πλήρως την ύλη του.

Κάθε κεφάλαιο περιλαμβάνει:

- Αναλυτική παρουσίαση της **θεωρίας** με πίνακες, βήματα εργασίας και εύστοχα παραδείγματα
- Πλήρεις απαντήσεις σε όλες τις ασκήσεις και τα προβλήματα του **Βιβλίου του Μαθητή** και του **Τετραδίου Εργασιών**
- **Ασκήσεις και προβλήματα για λύση** που βοηθούν στην εμπέδωση της νέας γνώσης

Στο τέλος κάθε ενότητας δίνεται **τεστ με επαναληπτικές ασκήσεις** στην ύλη όλης της ενότητας. Το βιβλίο ολοκληρώνεται με **γλωσσάρι μαθηματικών εννοιών**, ενώ ακολουθούν οι **απαντήσεις** σε όλες τις συμπληρωματικές ασκήσεις και τα προβλήματα καθώς και στις επαναληπτικές ασκήσεις.

Από τις εκδόσεις **ΜΕΤΑΙΧΜΙΟ** κυκλοφορεί:

Γιάννης Παπαθανασίου, Δημήτρης Παπαθανασίου
**Γράφω καλά στο τεστ
των Μαθηματικών Ε΄ Δημοτικού**

ISBN: 978-618-03-1652-0



9 786180 316520

ΒΟΗΘ. ΚΩΔ. ΜΗΧ/ΣΗΣ 81652